ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802337018916

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ТРЯСЦИН

Имя САВЕЛИЙ

Отчество ВАЛЕРЬЕВИЧ

Дата рождения 01 06 2005

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 611

Телефон 89827432425

Дата 27 02 2023 **Подпись** Трд

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802337018916

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	-	15	0					
Балл члена жюри №2	20	20	-	15	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 55

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1

Докажем, что в последовательности не может быть 2 слагаемых.

Единственный палиндром $\in [2000; 2022]$ это 2002. Если $a_1 = 2002$, то $a_2 = 2021 - 2002 = 19$, но 19 — не палиндром. ✓

Если слагаемых двое, то один из них больше 1000. почему?

~~Если $a_1 \in [1022; 1999$~~ Если $a_1 \in [1922; 1999]$, то a_2 — двузначное. Единственный палиндром в этом промежутке — 1991, значит $a_2 = 2021 - 1991 = 30$, чего быть не может.

Если $a_1 \in [1022; 1921]$, то a_2 — ~~х~~ трехзначное. Так как в этом промежутке все числа начинаются на 1, то все палиндромы имеют вид $\overline{1bb1}$. Тогда второе число должно оканчиваться на ноль, т.к. $2021 - \overline{1bb1}$ кончается нулём (числа дают одинаковый остаток от 10). Но если трехзначное число оканчивается нулём, значит при развороте оно станет двузначным ($\overline{xy0} \to \overline{0yx}$), значит оно не может являться палиндромом. ✓ Если $a_1 \in [1000; 1021]$, то оба числа ~~двузначн~~ четырёхзначны. Единственный палиндром в этом промежутке — 1001, $2021 - 1001 = 1020$, не является палиндромом. Случай $[0; 999]$ аналогичен предыдущим.

Получается минимум может быть 3 слагаемых.

Пример для 3-х: $1771 + 151 + 99 = 1771 + 250 = 2021$

пример

+

Задание 4.

~~мы~~ $m+\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023$ т.с. обе части больше нуля, возведем в квадрат

$\sqrt{n+\sqrt{k}}=2023-m$

$n+\sqrt{k}=(2023-m)^2$. Т.к. $(2023-m)^2$ и n целые, $\sqrt{k}$ тоже целое. Пусть $a=\sqrt{k}$, тогда полученное уравнение будет иметь столько же решений, т.к. $\sqrt{x}$ - монотонная функция

$n+a=(2023-m)^2$

Т.к. m - натуральное, $(2023-m)^2$ принимает 2023 значения.

Т.к. ~~n и a~~ $n\geq 1$ и $a\geq 1$ $n+a\geq 2$, ~~правая~~ $(2023-m)^2\geq 2$,

$m\leq 2021$.

Правая часть может принимать 2021 значение. Если m - фиксированно, то ~~n+a~~ уравнение имеет $(2023-m)^2-1$ пар решений n и a.

Количество решений ~~уравнения~~ изначального уравнения

$$\sum_{m=1}^{2021}(2023-m)^2-1=-2021+\sum_{m=1}^{2021}2023^2-2\cdot 2023m+m^2=$$

Верхняя формула

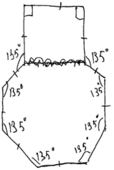
$$=2023^2\cdot 2021-2021+\sum_{m=1}^{2021}m^2-2\cdot 2023m=2021(2023^2-1)+$$

$$+\frac{2\cdot 2023+2\cdot 2023\cdot 2021}{2}\cdot 2021+$$

$\dagger$

Задание 2.

Да, например такой:



+

Если разрезать по отмеченной линии, получится квадрат и правильный восьмиугольник, которые имеют центр симметрии

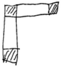
Задание 5

Пусть все числа от 57 до 64 располагаются на одной диагонали, т.к. в оставшихся клетках есть 56. Тогда минимальная сумма за три хода будет 57+56+58=171. Если числа по одному убирать с диагонали, всё равно найдутся 3 числа, большие 55, ~~которые~~ ~~между~~ которые можно собрать за одну игру (то есть на

Частный случай расположения

64							
	63						
		62					
			61				
				60			
					59		
						58	
							57

продолжение зад 5

Такой конструкции .

Ответ: 171

Бланк ответов