ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802166358319

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ГОНЧАРЕНКО

Имя ИГОРЬ

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 21 07 2005

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Аудитория 253

Телефон 89514564395

Дата 27 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802166358319

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	0	0					

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№1

Можно подобрать пример: пример

$1111 + 888 + 22 = 2021$ — верно и все числа палиндромы

=> пока минимальное значение $n_{min} = 3$.

Докажем, что n не может быть меньше.

1. Рассмотрим случай, когда $n = 1$. Но тогда ~~$a_1 = 2021$~~ $a_1 = 2021$, а 2021 не является палиндромом => $n > 1$. ✓

2. Рассмотрим случай, когда $n = 2$.

Если $a_i < 1000$, то $999 + 999$ - максимальная сумма, которая меньше 2021 => нам не подходит. ✓

Если ~~$a_1 < 2000$~~ $1000 < a_1 < 2000$, то при вычитании на конце останется ноль (т.к. ~~$\overline{1aa1}$~~ $\overline{1aa1}$ – макет палиндрома, где $0 \le a \le 9$), а такое число не может быть палиндромом.

Если $a_1 > 2000$, то есть $a_1 = 2002$, то $2021 - 2002 = 19$ - не палиндром => $n > 2$. оценка

Таким образом получаем, что минимальное $n = 3$

Ответ: Наименьшее число задач, которое может получить студент равно 3.

№5

Если поставить ладью в произвольную клетку таблицы 8X8, то во всех случаях она будет бить 15 клеток.

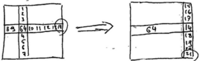
Так как мы ищем гарантированную сумму, то всегда будем рассматривать худший случай. То есть в какую-бы мы клетку не поставили всегда будут в соседних клетках минимальные значения:

Например:  где X - клетка, на которую поставили ладью.

Таким образом нам нет смысла ставить ладью на меньшие числа. Так что Вася должен выбрать максимальное на доске число — 64

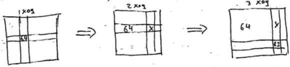
Дальше, оставшимися двумя числами Васе необходимо собрать максимальную сумму.

Предположим, что Вася решил выбрать сначала максимальное значение на первой вертикали и горизонтали, а затем второе максимальное число. Рассмотрим пример:



Таким образом максимальные числа будут 14 и 21 (не забываем, что мы рассматриваем худший случай) $\Rightarrow S \le 64+14+21 = 99$

Но заметим, что Вася за два хода ладьи может попасть в любую точку на поле. То есть он может найти второе максимальное число, которое равно 63. Рассмотрим пример:



где x - какое-то промежуточное число, которое будет равно "1", потому что рассматриваем худший случай.

$\Rightarrow S = 64+1+63 = 128$ — итоговая максимальная гарантированная сумма.

Ответ: 128 Можно больше

№4

$m+\sqrt{n+\sqrt{k}} = 2023$, где $m, n, k \in \mathbb{N}$

Так как по условию все числа натуральные, то $m \ge 1$, $n \ge 1$ и $k \ge 1$.

Из этого можно расписать несколько неравенств, чтобы определить максимальные значения переменных:

$k \ge 1 \Rightarrow \sqrt{k} \ge 1 \Rightarrow n+\sqrt{k} \ge 2$

$n \ge 1$

Так как 2023 - натуральное число, то $\sqrt{n+\sqrt{k}} \in \mathbb{N} \Rightarrow n+\sqrt{k} \ge 4$

$\Rightarrow \sqrt{n+\sqrt{k}} \ge 2 \Rightarrow m \le 2021 \Rightarrow 1 \le m \le 2021$

$m \ge 1 \Rightarrow \sqrt{n+\sqrt{k}} \le 2022 \Rightarrow n+\sqrt{k} \le 2022^2 \Rightarrow 4 \le n+\sqrt{k} \le 2022^2$ $(2^2 \le n+\sqrt{k} \le 2022^2)$

Таким образом для любого $\sqrt{k}$ мы сможем подобрать такое n, что $\sqrt{n+\sqrt{k}}$ будет натуральным и соответственно для любого $\sqrt{n+\sqrt{k}}$ мы сможем подобрать такое m, что уравнение будет верным. То есть будем отталкиваться от k.

$2^2 \le n+\sqrt{k} \le 2022^2$ пусть $n=1$

$3 \le \sqrt{k} \le 4088483$ $(= 2022^2-1)$

Итак для k существует $4088483-3+1 = 4088481$ вариантов.

плюс 2 варианта, где $\sqrt{k}=1;2$ $\Rightarrow$ Итого 4088483 варианта
Причем для каждого $\sqrt{k}$ может быть от 1 до 2021 варианта n. И для каждого $\sqrt{n+\sqrt{k}}$ существует единственный m.
Возьмём среднее количество вариантов n для каждого k и перемножим их. Получаем: неверная формула

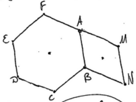
—

$4088483 \cdot 1010 = 4129367830$

Ответ: 4.129.367.830.

№2

Приведем пример:



Шестиугольник и ромб. Эта фигура ассиметричка, но если её разделить по ребру AB, то получатся две выпуклые симметричные фигуры.
(при этом углы $\angle FAB$ и $\angle BAM$ - не смежные)

+

Ответ: существует.

№3

$a, b, c, d \geq 0$

a^2, b^2, c^2, d^2 - арифм. прогр. $\Rightarrow$ $\begin{cases} a^2 = a^2 \\ b^2 = a^2+k \\ c^2 = a^2+2k \\ d^2 = a^2+3k \end{cases}$

$\frac{1}{a+b+c}, \frac{1}{a+b+d}, \frac{1}{a+c+d}, \frac{1}{b+d+c}$ - арифм. прогр.

продвижений нет

—

Бланк ответов