ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802906082813

Титульный лист

Направление

- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [x] 10 [ ] 11

Фамилия	ГЛАЗУНОВ
Имя	НИКИТА
Отчество	АЛЕКСЕЕВИЧ
Дата рождения	01 08 2006
Город участия	КРАСНОЯРСК
Аудитория	3 - 20
Телефон	89638078574

Дата 25 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802906082813

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ■ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ■ 10 ☐ 11

Город участия КРАСНОЯРСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	04	06	00						
Балл члена жюри №2	20	04	06	00						

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 030

Подпись члена жюри №1 Шаб

Подпись члена жюри №2 [illegible]

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание № 1

1) По условию дано, что, когда Алиса уменьшает свой размер, то и пузырьки изменяются в размере пропорционально, следовательно $d = const$ в данном условии.

2) Начальный рост Алисы равен X_0, а X_i это рост Алисы после выпитых i пузырьков $\Rightarrow X_i = X_0 - i \cdot d$

3) Выпив n пузырьков Алиса смогла пройти через дверь (при этом её рост остался положительным числом), то есть её рост теперь равен $X_n = X_0 - n \cdot d$

4) Последовательность чисел $X_0, X_1, \dots, X_n$ задаётся арифметической прогрессией, найдем тогда сумму всех чисел данной последовательности: $S_n = \frac{X_0 + X_n}{2} \cdot (n+1) = \frac{X_0 + X_0 - dn}{2} \cdot (n+1) = \frac{2X_0 - dn}{2} \cdot (n+1) =$

$= X_0(n+1) - \frac{dn(n+1)}{2}$ ✓

5) Всего в последовательности $X_0, X_1, \dots, X_n$: $n+1$ членов, значит среднее арифметическое данной последовательности будет равен: $\frac{S_n}{n+1} = \frac{X_0(n+1) - \frac{dn(n+1)}{2}}{n+1} = X_0 - \frac{dn}{2}$ ✓

6) Изменение роста Алисы соответственно будет разность:

$X_0 - X_n = X_0 - (X_0 - dn) = X_0 - X_0 + dn = dn$

1. По данным $dn = 2022$, а $X_0 - \frac{dn}{2} = 34$

Подставив значение: $X_0 - \frac{2022}{2} = 34 \quad X_0 - 1011 = 34 \quad X_0 = 1045$ ✓

Получим, что $X_n < 0$, чего быть не может, X_0 однозначно, значит и других X_n не может быть, значит количество возможных пар чисел (X_0, d) равно нулю. ⊕

Задание №1 (продолжение)

2. $dn = 232848$ $X_0 - \frac{dn}{2} = 20222022$

$X_0 = \frac{232848}{2} + 20222022$ $X_0 = 20338446$

$X_n > 0$, значит (из-за однозначности X_0) ~~...~~ все пары чисел будут иметь вид: $(20338446, d)$

$232848 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11 = \cancel{\ldots} \; 2^4 \cdot 3^3 \cdot 7^2 \cdot 11^1$

По формуле кол-ва делителей находим кол-во делителей у числа 232848: $(4+1)(3+1)(2+1)(1+1) = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$ делителей

Все делители числа 232848 могут быть n, соответственно и d, значит существует 120 различных d соответствующих условию, значит возможно 120 пар чисел (X_0, d)

Ответ: 1) 0 пар; 2) 120 пар.

Задание №2

Рассмотрим функцию $f(n) = 1 \text{ xor } 2 \text{ xor } 3 \text{ xor} \ldots \text{ xor } n$

Заметим подобный цикл значений:
$f(0)=0$
$f(1)=1$
$f(2)=3$
$f(3)=0$
$f(4)=4$
$f(5)=1$
$f(6)=7$
$f(7)=0$

Сделаем вывод, что $f(4k-1)=0$, $f(4k-3)=1$, $f(4k)=4k$,
$f(4k-2)=4k-1$ (где $k \in N$) почему?

 Задание №2 (продолжение)

1) При $n=2k$, $k \in Z$ (то есть n-чётные)

$y = 4x \cdot k^2 + 4044k + 2018 \Rightarrow f(y) = 4xk^2 + 4044k + 2017$

Значит чётные n нам не подходят

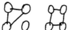
2) Заметим, что подставляя различные нечётные n, мы сужаем список возможные x, значит стратегия Белого Кролика последовательно спрашивать нечётные n: 1, 3, 5, 7, ...

−

Задание №3

Нарисуем к условию граф: o o o o o / o o o o .... o (где o - гость)

Заметим, что дружбу на этом графе можно показать соединением двух вершин: o—o

И чтобы выполнялось условие хорошего набора график не должен иметь циклов, например невозможные графы: 

Всего, не соблюдая условие возможно, возможно написать $5n-4$ ребер, почему?

но на каждом возможно уместить лишь три ребра, другие три ребра не могут быть, всего может быть $n-1$ таких частей на общем графе, значит $3(n-1)$ - это все ребра которые не могут быть, значит максимальное количество ребер будет: $5n-4-(3(n-1)) = 5n-4-3n+3 = 2n-1$ +

Соответственно возможны максимально $2n-1$ пар друзей в очень

Задание № 3 (продолжение)

хорошем наборе

2. Рассмотрим, способов уместить два ребра:

$C_6^2 = \frac{6!}{4!\cdot 2!} = 15$?

Три ребра: $C_6^3 = \frac{6!}{3!\cdot 3!} = \frac{6\cdot 5\cdot 4}{6} = 20$, но в данных сочетаниях возможен случай с повторами, получается количество очень хороших наборов пар друзей (с 4 гостями) равно: $20-4=$

$=16$ ⊕

Ответ: 1) $2n-1$; 2) 16 наборов

Бланк ответов