ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802671005591

Титульный лист

Направление	■ информатика	☐ история	☐ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		

Класс ■ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия БЕЛАЛЫ

Имя АЛЕКСАНДР

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 12 12 2007

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 317

Телефон +79025873599

Дата 25 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802671005591

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☒ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	00	12	12	00						
Балл члена жюри №2	00	12	12	00						

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 024

Подпись члена жюри №1 Шип

Подпись члена жюри №2 Шаб

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 3.

Начало игры: кол-во способов выбрать того, кто будет ходить первым, равно 2 (или Заяц, или Илонин)

1-вый ход: кол-во способов выбрать строчку равно 3 (или 1-ую, или 2-ую, или 3-ю)

2-ой ход: кол-во способов выбрать столбик равно 3 (или 1-ый, или второй, или 3-ий).

3-ий ход: кол-во способов выбрать строчку равно 2 (можно выбирать из тех, которые не выбирали, т.е. $3-1=2$, где 3 - всего строчек, 1 - выбранная строка на 1-ом ходу)

4-ый ход: кол-во способов выбрать столбик равно 2 (можно выбирать из тех, которые не выбирал, т.е. $3-1=2$, где 3 - всего столбцов, 1 - выбранный столбец на 2ом ходу).

5-ый ход: кол-во способов выбрать строчку равно 1 (можно выбирать из тех, которые не выбирали, т.е. $3-2=1$, где 3 - всего строчек, 2 - выбранные строчки на 1-ом и 3-ем ходах)

После пятого хода нулевых клеток нет, т.к. первый игрок сделал все строчки не нулевые, т.е. все клетки сделал ненулевыми. Заметим, что нам неважно, строчку или столбик будет менять первый игрок, т.к. для каждого варианта ходов, когда первый играл за строчки, есть такой же, когда первый играл за столбики. Почему?

Таким образом всего различных вариантов ненулевых столов равно

$2\cdot3\cdot3\cdot2\cdot2\cdot1=72$ варианта 12 б (+)

Ответ: 72 варианта.

Задание 2.

Вычислим первые значения функции: $f(1)=1$; $f(2)=3$; $f(3)=0$; $f(4)=4$; $f(5)=1$; $f(6)=7$; $f(7)=0$; $f(8)=8$; $f(9)=1$; $f(10)=11$; $f(11)=0$; $f(12)=12$.

Заметим, что есть закономерность, а именно: $f(4k+1)=1$, $f(4k+2)=4k+2+1$, $f(4k+3)=0$, $f(4k+0)=4k$, где k - целое неотрицательное число.

Тогда сложение Белого Кролика выглядит так:

А почему это справедливо в общем случае?

~~1 вид ход: Кролик говорит $n=4$. Рассмотрим игры~~

Первым ходом Кролик говорит $n=4$, а вторым $n=3$. Рассмотрим возможные игры:

1) Если после первого хода Алиса сказала, что $f(n+x)=0$:
Тогда после второго хода Алиса скажет, что $f(n+x)=2k+3$, где k - целое натуральное.
Тогда Кролик знает x, а именно $x=2k$.

2) Если после первого хода Алиса сказала, что $f(n+x)=1$:
Тогда после второго хода Алиса скажет, что $f(n+x)=2k$, где k - целое натуральное
Тогда Кролик знает x, а именно $x=2k-3$

3) Если после первого хода Алиса сказала, что $f(n+x)=2k$, где k - целое натуральное:
Тогда после второго хода Алиса скажет, что $f(n+x)=0$
Тогда Кролик знает x, а именно $x=2k-4$.

4) Если после первого хода Алиса сказала, что $f(n+x)=2k+3$, где k - целое неотрицательное:
Тогда после второго хода Алиса скажет, что $f(n+x)=1$.
Тогда Кролик знает x, а именно $x=2k-2$.

(+) 12б.

Ответ: первым ходом сказать $n=4$, а вторым - $n=3$. Это и есть стратегия Кролика.

Задание 4

1) $nd=2022$, $\frac{x_0+x_1+\dots x_n}{n+1}=34 \Rightarrow \frac{x_0(n+1)-\frac{n(n+1)}{2}\cdot d}{n+1}=34 \Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{x_0(n+1)-1011(n+1)}{n}=34 \Rightarrow (n+1)(x_0-1011)=34n \Rightarrow x_0-\frac{dn}{2}=34.$

$\Rightarrow nx_0-1011n+x_0-1011=34n \Rightarrow nx_0-1011n-34n=1011-x_0 \Rightarrow$

$\Rightarrow n(x_0-1045)=1011-x_0$

По усл. $x_0-nd>0 \Rightarrow x_0>nd+0=2022$, т.е. $x_0>2022 \Rightarrow 1011-x_0<0$. $\Rightarrow x_0-1045>0$

По усл. $n>0$. Таким образом $n(x_0-1045)>0$, а $1011-x_0<0$ - противоречие $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ таких пар нет

(−)

Ответ: количество возможных пар (x_0, d) равно 0.

2) $nd=900$, $\frac{x_0+x_1+\dots x_n}{n}=2022 \Rightarrow \frac{x_0(n+1)-\frac{n(n+1)}{2}\cdot d}{n}=2022 \Rightarrow$ (−)

$\Rightarrow$ (аналогично пункту 1) $(n+1)(x_0-450)=2022n \Rightarrow nx_0-450n+x_0-450=2022n \Rightarrow$

$\Rightarrow$ ~~$n(x_0-2472)$~~ $(n+1)x_0=2022(n+1)+450(n+1)-2022 \Rightarrow (n+1)(x_0-2472)=-2022$

По усл. $n>0 \Rightarrow x_0-2472<0$. Также n является делителем числа 900, а $(n+1)$ - числа ~~900~~ 2022

~~Т.о. $n=2$ или $n=3$ или $n=$~~ Таким образом $n=1$, или $n=2$, или $n=5$.

Тогда при $n=1$, $x_0 = \frac{-2022}{n+1} - (-2472) = -1011 + 2472 = 1461$; $(1461; 1)$

при $n=2$, $x_0 = \frac{-2022}{n+1} - (-2472) = -674 + 2472 = 1798$; $(1798; 2)$

при $n=5$, $x_0 = -\frac{2022}{n+1} - (-2472) = -337 + 2472 = 2135$; $(2135; 5)$

Ответ: 3 пары.

3) $nd = 27000$, $\frac{x_0 + x_1 + \ldots x_n}{n} = 2020202 \Rightarrow \frac{x_0(n+1) - \frac{n(n+1)}{2} \cdot d}{n} = 2020202$.

Аналогично пункту 2 получаем: $(n+1)(x_0 - 2033702) = -2020202$.

По усл. $n > 0 \Rightarrow x_0 - 2033702 < 0$. Значит n является делителем числа 27000, а $n+1$ — числа 2020202. Тогда $n = 1$. Тогда $x_0 = \frac{-2020202}{n+1} - (-2033702) =$ $= -1010101 + 2033702 = 1023601$; $(1023601; 1)$ −

Ответ: 1 пара.

Задание 1. белых роз бесконечно.

В данном мне условии было сказано, что королева хочет, чтобы сумма номеров любых двух белых роз соответствовала белой розе. Я считаю, что это либо ошибка, либо опечатка, т.к. возьмём белую розу с максимальным номером среди белых роз и еще какую-нибудь белую розу, отличную от первой. По условию их сумма соответствует белой розе, т.е. максимальный номер среди белых роз + положительный номер даёт номер белой розы. Т.к. м. максимальную белую розу мы взяли, то получить на выходе розу ещё больше мы не можем, однако максимум среди белых роз меньше, чем максимум среди белых роз + положительное число — противоречие $\Rightarrow$ в условии ошибка[redacted]/опечатка.

Поэтому я решаю задачу, где сказано, что сумма номеров любых двух белых роз соответствует красной розе. −

Если всё-таки в данном мне условии нет ошибки / опечатки, то Алиса не справится с задачей ни в первом, ни во втором случае.

Иначе:

- рассмотрим произведение максимальной белой розы и красной розы. Их произведение еще больше каждого из них, т.к. они положительны. Тогда полученная роза, будь она белой или красной, становится максимальной для своего цвета — противоречие, т.к. мы изначально взяли максимальные розы $\Rightarrow$ У Алисы не получилось решить эту задачу.

Заметим, что белых роз хотя бы две, иначе в саду нет красных, что противоречит условию $\Rightarrow$ максимальная белая роза хотя бы 2, а максимальная красная хотя бы 3, т.е. перемножение максимальной белой и красной роз строго больше каждой из них.

Ответ: у Алисы не получится справиться с этой задачей ни при каком из случаев.

Бланк ответов