ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3303778038665

Титульный лист

Направление
- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ■ 10 ☐ 11

Фамилия ФАРКУН

Имя ЮЛИЯ

Отчество АЛЕКСЕЕВНА

Дата рождения 31 03 2006

Город участия ОРЕНБУРГ

Аудитория 412

Телефон 89619134111

Дата 25 02 2023 **Подпись** фомя

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3303778038665

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ■ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ■ 10 ☐ 11

Город участия ОРЕНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	0	1	9	0	6	0	0		
Балл члена жюри №2	0	0	1	9	0	6	0	0		

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 025

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 2

$3 \times or 4 \neq 1$

Заметим, что хог числа с единицей увеличивает чётное число на 1, хог двух последовательных чисел даёт 1 (чётное < нечётное) хог с 0 не изменяет число, хог числа с ним же обнуляет. Теперь заметим, что $f(x) = f(x-1)$ хог x. Продолжим ряд первых значений $f(x)$ для $x \in \mathbb{N}$: $f(4) = 4$; $f(5) = 1$; $f(6) = 7$; $f(7) = 0$; $f(8) = 8$. Получается цикл из 4 чисел: $8; x+1; 0; x$. Цикл будет верен для ~~все~~ последовательности натуральных чисел, исходя из вышеперечисленных высказываний. В таком случае мы получаем конкретное число при $y \vdots 2$, что гарантировано при $n=2$ (тогда $y = 4x + 4040$). В таком случае получаем либо нечётное число y, которое следует уменьшить на 1, либо чётное y, которое следует оставить без изменений. Далее решаем уравнение $y = 4x + 4040$, корень которого и будет ответом. Но для решения достаточно одного вопроса по $n=2$.

Ответ: 1 вопрос про $n=2$; при получении нечётного числа y увеличить его на 1, решить уравнение для y и n. ±

Задание 3

Положим, что $\exists$ граф, в котором гости - вершины, а их дружеские связи - рёбра. При появлений цикла в таком графе набор перестаний почему? быть хорошим. А для достижения очень хорошего набора граф должен быть связан, то есть, по определению, являться деревом. В дереве может быть ровно $x-1$ ребро (для x вершин), т.к. на каждую вершину, кроме корня, приходится только одна, связанная с предком. Отсюда

$\boxed{1.\ 2n-1}$ ±

Между 4 вершинами можно провести 6 рёбер, для полного дерева необходимо 3, откуда количество возможных комбинаций рёбер: $C_6^3 = \frac{6!}{3!\,3!} = 20$, но среди них 4 варианта с циклами (▽ и подобные), следовательно, всего допустимых наборов 16

$\boxed{2.\ 16}$ ⊕

можно начать с ✕

Далее, добавить две вершины к полностью связанным четырём мы можем двумя рёбрами (у каждого ребра по 3 возможных положения, отсюда $3 \cdot 3 = 9$ способов, но в положении ∴ они совпадут, поэтому всего 8 способов добавить новую пару). Плюс с учётом того, что начинающая 4 может находиться в любом месте, для n пар имеется $n-1$ способ поставить начинающую 4. Отсюда общее $f(n) = 16 \cdot 8^{n-2} \cdot (n-1)$; для любого $n \geq 2$. Для $f(1) = 1$.

Отсюда $f(8) = 16 \cdot 8^6 \cdot 7 \vdots 8 \pmod{1000}$ ⊖

$\boxed{4.\ 8}$ ⊖

Задание 4

Чтобы обойти все города, Алиса достаточно, заходя в город, помнить все города, посещённые раньше, и запомнить те, в которых она не была, а также посетить по тому же принципу каждый из городов, который она встречала.

При этом, города, не связанные между собой, имеющие ровно по 2 ребра и при разделении по которым можно увидеть два симметричных дерева, могут считаться вершинами, когда остальные - потенциальными столицами. Тогда ~~кол~~ количество пар будет равно половине городов, не принадлежащих границе.