ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802692082366

Титульный лист

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия КРЕМЕНСКИЙ

Имя ВИКТОР

Отчество ЕГОРОВИЧ

Дата рождения 11 01 2005

Город участия БАРНАУЛ

Аудитория 304

Телефон 89628040098

Дата 25 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802692082366

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия БАРНАУЛ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 1 Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	00	25	02	00						
Балл члена жюри №2	00	25	02	00						

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 027

Подпись члена жюри №1 Шт

Подпись члена жюри №2 Шаі

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1 Покрасим все белые розы в красный цвет, Покрасим розу пронумерованную простым числом в белый. Любое произведение позиции красных роз не указывает на белую т.к в разложении позиции белой розы 1 простое число, а в произведении эх красных роз в разложении на множители множителей или больше двух ~~или одного~~, или он ~~?~~ простое в какой-то степени или оно простое отличающееся от позиции белой розы. $\dot{p} + \dot{p} = 2\dot{p}$

Двух белых роз нету поэтому они никуда не указывают. (—)

Почему таких раскрасок бесконечно? Число простых чисел бесконечно, поэтому мы можем ~~выбрать~~ простое бесконечным числом способов. т.е подобных раскраски бесконечно

Ответ: что

Почему количество простых чисел бесконечно - предположим иное тогда $p_1 p_2 p_3 \dots p_n + 1$ не делится ни на какое число значит оно новое простое - противоречие.

Задание 2 Заметим интересное свойство $f(x)$

$f(4a) = 4a$

$f(4a+1) = 1$

$f(4a+2) = 4a+3$

$f(4a+3) = 0$

Докажем по индукции

Базис: $f(1) = 1$

$f(2) = 3$

$f(3) = 0$

$f(4) = 4$

~~Переход~~ Допустим что для $a = m$ это верно

Докажем что для $a = m+1$ это тоже верно

$f(4m+4) = f(4m+3) \text{ xor } 4m+4 = f(4m+3) = 0 \qquad 0 \text{ xor } x = x$

$f(4m+3) \text{ xor } 4m+4 = 4m+4$

$f(4m+5) = 4m+4 \text{ xor } 4m+5$ заметим, что все биты в числах кроме 1 ~~различны~~ одинаковы поэтому $f(4m+5) = 1$

$f(4m+6) = 4m+6 \text{ xor } 1 = 4m+7$ т.к. все $1 \to 1$, $0 \to 0$ и в первый бит поставим 1 ...

$f(4m+7) = 4m+7 \text{ xor } 4m+7 = 0$ т.к. $x \text{ xor } x = 0$ по определению (~~все~~ (биты совпадают))

Пункт 1 + кролик ~~сразу~~ говорит $n=4$ тогда $y = n \cdot 16 + 2022 \cdot 4 + 2022$ по модулю 4 $y \equiv_4 2$ значит $f(y) = y+1$ Если кролик знает y

то он найдет x т.к. $n = \dfrac{y - 2022 \cdot 5}{16}$ $\quad 2 \cdot 22 \equiv_4 2$

(+)

Число вопросов 1 — меньше нельзя т.к. он не знает x изначально.

Пункт 2 на след стр →

Бланк ответов

Пункт 2 Заметим что если y ~~не~~ $y = n \cdot n^2 + Bn + C$ то узрот и неевзя отк $f(y) = 1$ или 0 ~~Нао~~ в остальных случаях $\left[\begin{array}{l} f(y) = y \\ f(y) = y+1 \end{array}\right.$

кратная остаток ~~зрает~~ не призенении на 4 поэтому без пробием из четного y найдем x а из нечетных никогда не найдем.

Рассмотрим n, B и C.

Если $C \overset{2}{\equiv} 0$ то при $n \overset{2}{\equiv} 0$ $y \overset{2}{\equiv} 0$ решения есть.

Если $C \overset{2}{\equiv} 1$ смотрим на B

$B = 2b$ $C = 2c+1$

чет чет чет нечет

$y = n \cdot n^2 + 2b + 2c + 1$

Если $B \overset{2}{\equiv} 0$ Если $n \overset{2}{\equiv} 0$ то при любом n $y \overset{2}{\equiv} 1 \Rightarrow$ нет решений

Если $n \overset{2}{\equiv} 1$ то решения есть при $n \overset{2}{\equiv} 1 \Rightarrow y \overset{2}{\equiv} 0$ реш есть

Если $B \overset{2}{\equiv} 1$ Если $n \overset{2}{\equiv} 0$ то при $n \overset{2}{\equiv} 1 \Rightarrow y \overset{2}{\equiv} 0$ решение есть

Если $n \overset{2}{\equiv} 1$ то при любом n $y \overset{2}{\equiv} 1$ решений нет

Ответ: при четных C и любых B решение есть. При нечетных C решение есть не для всех n в зависимости от B

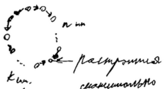
(+) 25б

Дополнительный бланк № 1.

Бланк ответов № 4

Задание 3

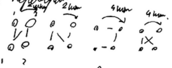
Заметим что если есть цикл то кому-то расскажут одну задачу два раза.



Сколько ребер может быть в графе из 2n вершин чтобы не было циклов? → 2n − 1 если добавить еще одну грань набор перестанет быть хорошим значит если граней 2n − 1 и нет циклов то это опять хороший набор с макс. количеством друзей

П₁ Ответ: 2n − 1 (+) 2б

П₂ переберем



Мы перебрали все варианты и ?

12 штук. Отв. 12 (−)