



ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ



2802700450786

Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия Х А С А Н О В

Имя Д М И Т Р И Й

Отчество В А Д И М О В И Ч

Дата рождения 3 1 0 1 2 0 0 6

Город участия Н И Ж Н И Й Т А Г И Л

Аудитория 3 1 4

Телефон 7 9 8 2 6 9 3 3 8 4 7

Дата 2 5 . 0 2 2 0 2 3 Подпись

Xal

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Город участия **Н И Ж Н И Й Т А Г И Л**

Заполняется организаторами

Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке _____

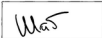
Время выхода с _____ : _____ до _____ :

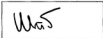
Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	2	0	2	5	0	2	0	3		
Балл члена жюри №2	2	0	2	5	0	2	0	3		
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл **0 5 0**

Подпись члена жюри №1 

Подпись члена жюри №2 

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

N2

Докажем, по индукции, что $f(4k) = 4k$, $f(4k+1) = 1$,
 $f(4k+2) = 4k+3$, $f(4k+3) = 0$, $f(4k+4) = 4k+4$:

БАЗА:

$$f(1) = 1, f(2) = 3, f(3) = 0 \text{ и } f(4) = 4$$

Пусть для k данное утверждение верно, тогда докажем для $k+1$:

Если $f(4k) = 4k$, то $f(4k+1) = 1$, ведь $4k$ - число, делящееся на 4, значит последние две цифры в его двоичной записи это 0, $4k+1$ - четное число, значит в последнем разряде будет стоять 1, а раз $4k+1$ на 1 больше, то записи в двоичной системе счисления будут совпадать за исключением последнего разряда, где у $4k$ будет 0, а у $4k+1$ - 1, а раз $f(4k+1) = f(4k) \text{ xor } 4k+1$, то $f(4k+1) = 1$. ✓

Если $f(4k+1) = 1$, то $f(4k+2) = 4k+3$, ведь $4k+2$ - четное, а у единицы следующие цифры точно в последнем разряде, где у $4k+1$ стоит 0, а значит $4k+2 \text{ xor } 1 = 4k+3 = f(4k+2)$ ✓

Если $f(4k+2) = 4k+3$, то $f(4k+3) = 0$, ведь $4k+3 \text{ xor } 4k+3 = 0$. посылка! ✓

Если $f(4k+3) = 0$, то $f(4k+4) = 4k+4$, ведь $4k+4 \text{ xor } 0 = 4k+4$. ✓

Значит наше предположение верно. ✓

Как можно это использовать?

Функция от числа делится на 4
равна ему же, а функция от числа
делится на 2, но не на 4 раз по единицу
больше самого числа.

В таком случае, если Крамб назвал
число $n=2$, то $y=4x+6062$, что верно,
но не делится на 4, а значит:

$$4x + 6062 = f(4x + 6062)$$

$$\Rightarrow x = \frac{f(4x + 6062) - 6062}{4}$$

Вот так, за один вопрос, Крамб сможет отгадать задуманное число. ⊕

n1

1) Если её рост увеличился на 2022, то

$$\begin{aligned} n \cdot d = 2022 \cdot \frac{x_0 + x_1 + \dots + x_n}{n+1} &= \frac{x_0 + (x_0 - d) + (x_0 - 2d) + \dots + (x_0 - n \cdot d)}{n+1} \\ &= \frac{x_0 \cdot (n+1) - d \cdot (1+2+\dots+n)}{n+1} = \frac{x_0(n+1) - d \cdot \frac{n \cdot (n+1)}{2}}{n+1} = \end{aligned}$$

$$= x_0 - \frac{d \cdot n}{2} = 34, \text{ раз } dn = 2022, \text{ то}$$

$$x_0 = \frac{2022}{2} + 34 = 1011 + 34 = 1045 \checkmark$$

Но изначальный рост Анисы не может
равняться 1045, ведь её изначальный рост
должен был увеличиться на 2022 и тем
не менее не станет положительным,
но $1045 - 2022 < 0$. Значит кол-во пар
(x_0, d) равно 0, ведь единственный воз-
можный рост нам не подходит. ⊕

2) Из первого пункта мы знаем формулу для изначального роста x_0 :

$$x_0 = \frac{dn}{2} + 20222022 \quad (\text{ведь } 20222022 \text{ это ср. ариф. чисел для второй порции; } a \text{ } dn = 232848) \Rightarrow x_0 = \frac{232848}{2} + 20222022 = 116424 + 20222022 = 20338446$$

Данный рост нам подходит, ведь

$$20338446 - 232848 = 20105598 = x_n > 0$$

Нам нужно найти кол-во пар (x_0, d) , рост у нас единственен, а значит кол-во способов выбрать d и будет ответом в нашей задаче.

Мы знаем, что $n \cdot d = 232848$ и то, что

n и $d \in \mathbb{N}$, значит кол-во способов выбрать d это кол-во способов выбрать множитель d числа 232848 . Кол-во натуральных множителей d числа находится

по формуле: $x = p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \cdot \dots \cdot p_k^{a_k}$ находится по формуле $(a_1+1)(a_2+1)\dots(a_k+1)$. Формула верна, ведь мы для каждого простого входящего в изначальное число, выбираем степень его входящая в множитель (от 0 до a_i).

поэтому любой делитель не меняет среднее?

Если разложить 232848 на простые множители: $232848 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 7^2 \cdot 11$, а значит кол-во его множителей, а вследствие и наш ответ это $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$.

Ответ: 1) 0, 2) 120

(+)

Из условия можно сделать вывод, что всё королевство обладает осевой симметрией, и одна из "демок" принадлежит Белому, а вторая - Черному.

Если мы уже знаем эту ось симметрии, то все симметричные пары городов, лежащие на оси симметрии, могут быть столицами, почему?

Осталось придумать алгоритм для поиска оси симметрии, при условии, что изначально мы были в любом городе.

Раз числа может запоминать любую информацию, то пусть она обойдет каждую дорогу соединяющую какие-то два города, а в конце представит схему королевства (как в примере в условии), обладая таким знанием мы можем перебрать всевозможные пары городов, задающие ось симметрии (прямоуго можно задать по двум точкам) и если прямая и вправду является ~~осью симметрии~~, ^{как?} проверит ~~является~~ ли она осью симметрии, благодаря плану королевства у нас в голове, если очередная прямая может быть осью симметрии, то мы с легкостью находим пары городов, подходящие под критерий быть столицей.

№3

Заметим что, группа, в которой все знакомы, не может содержать более двух человек. Если бы она содержала хотя бы три человека, то первый мог бы рассказать историю второму, тот в свою очередь третьему и т.д., а последний первому, ведь первый не ему рассказывал эту историю, последний может ему её рассказать, значит максимум все могут быть в такой группе.

Если выразятся в терминах графов, то люди будут вершинами, а рассказанные истории рёбрами, по ранее доказанному у нас не будет циклов.

1) Граф без циклов это дерево, а как мы знаем k_{el} -во вершин в дереве на одну больше, чем k_{el} -во рёбер; значит наибольшее k_{el} -во рёбер (друзей) мы при фиксированном k_{el} -во вершин, мы можем добиться если максимизировать k_{el} -во деревьев. при n от 1 до 3 у нас может быть всего одно дерево, ведь мы можем от одного "оттащить" до остальных, значит при n от 1 до 3, k_{el} -во друзей

