ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802504085704

Титульный лист

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ПРОКАШЕВА

Имя КСЕНИЯ

Отчество ЮРЬЕВНА

Дата рождения 04 02 2005

Город участия КАЛИНИНГРАД

Аудитория КЛУБ

Телефон 89856975575

Дата 25 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802504085704

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия КАЛИНИНГРАД

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	00	18	00	00						
Балл члена жюри №2	00	18	00	00						

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 018

Подпись члена жюри №1 Шк

Подпись члена жюри №2 Шаб

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1

~~пусть у нас n = 4 белых роз, тогда:~~
~~БЕЛ БЕЛ БЕК БЕЛ → БЕЛ БЕК КРАСН КРАСН~~

~~Пусть у нас n = 8 белых роз изначально:~~
~~Б Б Б Б Б Б Б Б → К К К К Б Б Б Б~~

Рассмотрим тройку белых роз: $\underset{1}{Б}\ \underset{2}{Б}\ \underset{3}{Б}$, в данной тройке сумма номеров 1 и 2 розы равняется номеру третьей розы, но сумма 1 и 3 или 2 и 3 не соответствуют никакому номеру. Будем считать, что данная тройка будет удовлетворять условию, если нет такой красной розы, которая будет соответствовать сумме 1 и 3 или 2 и 3 (т.е. нет красных роз с номерами 4 или 5).

$\underset{a}{Б}\ \underset{b}{Б}\ \underset{a+b}{Б}$ при этом K_{2a+b} и K_{2b+a} — не существует, ~~К К К (другой ... 3 белых розы) красных~~

Рассмотрим частный случай с красными розами:

$\underset{2}{К}\ \underset{4}{К}\ \underset{8}{К}$ Аналогично, считаем, что данная тройка нас устраивает, если нет такой белой розы, которой будет соответствовать номер 16 или 32.

Общий вид:

$\underset{c}{К}\ \underset{d}{К}\ \underset{cd}{К}$ при этом нет $Б_{c^2d}$ $Б_{cd^2}$

Пусть у нас есть шесть роз:

$\underset{a}{Б}\ \underset{b}{Б}\ \underset{a+b}{Б}\ \underset{c}{К}\ \underset{d}{К}\ \underset{cd}{К}$, чтобы эта раскраска нам подошла, должно выполняться условие:

$$\begin{cases} c \neq 2a+b \\ d \neq 2b+a \end{cases} \text{ и } \begin{cases} a \neq c^2 d \\ b \neq c d^2 \end{cases}$$

Пойдем от противного — предположим, что

$$\begin{cases} c = 2a+b \\ d = 2b+a \\ a = c^2 d \\ b = cd^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 2c^2 d + cd^2 \\ d = 2cd^2 + c^2 d \\ a = c^2 d \\ b = cd^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c-d = c^2 d - cd^2 \\ a = c^2 d \\ b = cd^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c-d = cd(c-d) \\ a = c^2 d \\ b = cd^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} cd = 1 \\ a = c^2 d \\ b = cd^2 \end{cases}, \quad \begin{matrix} c, d, a, b \in \mathbb{Z} \\ c, d, a, b > 0 \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = 1 \\ d = 1 \end{cases}$$ такого быть не может по условию задачи

Значит, существует бесконечное кол-во целых положительных чисел, которые будут удовлетвори условию.

Для одинакового кол-ва белых и красных роз существует бесконечное число раскрасок.

~~Для~~ неодинакового кол-ва белых и красных роз следующая ситуация:

Б Б Б Б К К К
a b $a+b$ $2a+b$ c d cd

К розе с номером $2a+b$ — не существует точно, т.к. этот номер имеет одна из белых роз.

от противного:

1. $\begin{cases} c = 2b+a \\ d = 2a+2b \\ a = c-d \\ b = d-c \end{cases}$

$c \neq 2b+a$
1. $d \neq 2a+2b$
2. $d \neq 3a+b$
3. $d \neq 3a+2b$

Соответственно, существует бесконечное кол-во раскрасок

Задание 2

Пусть $n = 1$ и $x = 1$, тогда игра пойдёт следующим образом:

$y = x + 2022 + 2022 = x + 4044 = 4045$

$y(4045) = 1$ или 0

Заранее заметим, что $y = x \cdot n^2 + 2022n + 2022$ (нечётное)

~~...~~

$x + 2044$ — нечёт.

x — нечёт

Комментарии:
$f(1) = 1$ $f(4) = 4$
$f(2) = 3$ $f(5) = 1$
$f(3) = 0$ $f(6) = \cancel{7}$
$f(7) = 0$ $f(8) = 8$
$f(9) = 1$ $f(10) = 11$

Замечу, что f от нечётного равен либо 0, либо 1, причём эти значения чередуются. ~~...~~ А f от чётного равен самому чётному или (чётному+1)
из $0 \to f(2k) = 2k$
из $1 \to f(2k) = 2k+1$
любое выражение в любом случае:)

1) Но! Т.к. Крамм очень сильный, то он назовёт такое n, при котором выражение окажется чётным.

~~Первый вопрос: назовёт~~

1 шаг: называем чётное n, y было чётным

$\left.\begin{array}{l} x \cdot \text{чёт} = \text{чётное} \\ 2022 \cdot \text{чёт} = \text{чётное} \\ 2022 - \text{чётное} \end{array}\right\} + = \text{чётное}$

Бланк ответов

2 шаг: мы называем значение $f(y)$ которое будет равно самому чётному числу или чёт. числу + 1 (т.е. нечёт), т.е. выражения $n^2 + n \cdot 2022 + 2022$ будет равно конкретному числу, n ~~кроме~~ кроме знает. Поэтому ему останется решить уравнение с одной неизвестной. Если $f(y)$ нечёт, то кроме вычтет единицу, если $f(y)$ = чёт, то просто сразу напишет решать уравн.

* Понятно, почему значения $f(y)$ можно высчитать следующим образом:

$f(1) = 1$ $\quad 1$

$f(2) = 3$ $\quad 1 \text{ xor } 2 = 01_2 \text{ xor } 10_2 = 11_2 = 3_{10}$

$f(3) = 0$ $\quad 1 \text{ xor } 2 \text{ xor } 3 = 11_2 \text{ xor } 11_2 = 0_{10}$

$f(4) = 4$ $\quad 000_2 \text{ xor } 100_2 = 100_2 = 4_{10}$

$f(5) = 1$ $\quad 100_2 \text{ xor } 101_2 = 001_2 = 1_{10}$

$\boxed{f(2k-1) \sqcup 01 \quad f(2k) = \sqcup 10 \quad f(2k+1) = \sqcup 11} \quad f(2k+2) \sqcup 10$

Рассмотрим в общем виде: пусть у нас есть два числа $2k+1$ и $2k$, и тогда их двоичная запись выглядит следующим образом:

$\sqcup 0_2 = 2k_{10}$ $\qquad \sqcup 1_2 = (2k+1)_{10}$

последовательность из 1 и 0 $\qquad$ такая же последовательность из 1 и 0

(+) 10б

тогда их xor выглядит следующим образом:

$\sqcup 0 \text{ xor } \sqcup 1 = 00000...0\,1_2 = 1_{10}$

$f(2k)$:

1. $000..01_2 \text{ xor } \sqcup 10_2 = \sqcup 11_2 = 2k+1$
   $f(2k-1) = 1$ $\quad 2k$, т.е. $f(2k-1) = 1$ после идёт $f(2k) = 2k+1$

$f(2k+1)$:

2. $\sqcup 11_2 \text{ xor } \sqcup 11_2 = 00..00\,00_2 = 0$
   $f(2k)$ $\quad 2k+1$, т.е. $f(2k) = 2k+1$ после идёт $f(2k+1) = 0$

3. $00..0_2 \text{ xor } \sqcup 110 = \sqcup 110$
   $f(2k+1)$ $\quad 2k+2$ $\quad f(2k+2)$, т.е. после $f(2k+1) = 0$ идёт $f(2k+2) = 2k+2$

конец пояснение *

2) $f(x\cdot n^2 + B\cdot n + C)$

Рассмотрим несколько случаев:

1) B и C — чётное оба, тогда:

кролик действует по сценарию из 1 пункта:

1 шаг: задаёт чётное число n

2 шаг: получает от Алисы в ответ либо чётное число 2b (и тогда сразу подставляет в уравнение и решает: $x\cdot n^2 + B\cdot n + C = 2b$), либо нечётное число 2b+1 (и тогда прежде чем подставить в уравнение вычитает единицу: $x\cdot n^2 + B\cdot n + C = 2b+1-1$)

получает ответ

2) B — чётное C — нечётное

B·n — чётное C — нечётное

тогда следующий сценарий

1 шаг: называет нечётное n

Алиса говорит 1 число

2 шаг: значит, x — чётное

~~и нужно дать~~

В этом случае, мы точно знаем, что x — чётное, но определить конкретнее невозможно, т.к. нам недостаточно данных.

Кролик может просто перебирать всевозможное чётное число.

Алиса говорит чётное число или (чётное число +1)

значит, x — нечётное

просто решает уравнение с одной неизвестной.

(+) 8б

3) B — нечёт C — чёт C — чём

B·n — по нашему усмотрению

следующий сценарий:

1 шаг: кролик называет чётное n (получается чётное значение выражения (либо чёт, либо чёт+1)) и кролик действует

2 шаг: Алиса называет f(y) по уже описанному несколько раз сценарию.

B – нечёт
C – нечёт

Бланк ответов

B.n – по нашему усмотр. C – нечёт

1 шаг: кролик называет нечётное n

2 шаг: Алиса отвечает 1 или 0

X – нечётное

?

Алиса отвечает чёт или (нечёт+1)

X – чётное

действуем по стандартному сценарию

~~Задача 17~~

Задание 3

$n = 6$