ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802414075495

Титульный лист

Направление ■ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Фамилия МАВРЕШКО

Имя ТИМОФЕЙ

Отчество КИРИЛЛОВИЧ

Дата рождения 10 02 2006

Город участия УФА

Аудитория 1

Телефон +79874868538

Дата 25 02 2023 **Подпись** Тимоф

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802414C75495

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ■ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	25	00	07	03						
Балл члена жюри №2	25	00	07	03						

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 035

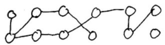
Подпись члена жюри №1 Шиб

Подпись члена жюри №2 Шаб

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

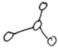
Задание №3

~~Ответ~~ Представим все связи между гостями в виде графа.



Т.к. гость может услышать свою собственную загадку тогда и только тогда, когда в графе есть цикл, то задача сводится к нахождению всех возможных ациклических графов.

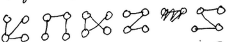
1.) Максимальное количество рёбер, которые можно провести в ациклическом графе с n вершинами равно n-1.



Любое дополнительное ребро создаст в графе цикл. + 2б

Т.к. гостей у нас 2n, то макс. количество пар между ними будет равно 2n-1.

2.) Существует всего 16 очень хороших наборов пар друзей из 4 человек:



5 б.

Вот некоторые из них. Остальные наборы можно получить, поворачивая эти на 90, 180, 270 градусов. Из первых 3-х примеров можно получить по 4 набора каждый, из остальных – 2 набора. Итого $3 \cdot 4 + 2 \cdot 2 = 12 + 4 = 16$

Задание №1

Возьмём такой способ: Поставим на первое место белую розу. Далее, если и на второе место поставим белую розу, то все остальные розы обязательно должны быть белыми, т.к. $1+2=3$, $1+3=4$, $1+4=5$ и т.д. Этот вариант нам не подходит, т.к. должны быть розы обоих цветов. Если же поставим белую розу на 1-е и n-ое место, а розы с 2-го по (n-1) место будут красными, то все розы, начиная с n-той, будут белыми: можно просто бесконечно складывать $n+1$, $(n+1)+1=n+2$, $(n+2)+1=n+3$ и т.д. Но это означает, что рано или поздно найдётся такая роза, которая должна быть и красной, и белой одновременно, что невозможно.

~~Задание №1 (продолжение)~~

~~Исключение составляет случай, когда белые розы стоят на 1-ом и 3-ем месте, а 2-я роза — красная.~~

~~Если же 1-я роза — красная, то она может быть либо единственной, либо может быть другая красная роза, стоящая в позиции n.~~

~~Т.к. $1 \cdot n = n$, то количество красных роз может быть конечно.~~

~~Вторая красная роза может принимать значения~~

Задание №1

Существует бесконечное количество способов раскрасить розы так, чтобы выполнялось условие. Возьмём два примера:

К Б К Б К Б К Б К Б ...
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

К К Б К К Б К К Б К ...
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Заметим, что 1-ом примере номера всех белых роз кратны 2, а во 2-ом — кратны 3. Докажем, что эти последовательности удовлетворяют условию. Возьмём две произвольные белые розы с номерами a и b. Возьмём также произвольное простое число n. По нашему правилу $a \vdots n$ и $b \vdots n$. Но тогда и $(a+b) \vdots n$. Также возьмём две произвольные красные розы с номерами c и d. По тому же правилу (белые кратны n, красные не кратны n) получается, что $\neg(c \vdots n)$ и $\neg(d \vdots n)$ ($\neg$ — символ отрицания). Но тогда и $\neg((c \cdot d) \vdots n)$. Если $a+b \vdots n$ и $\neg(c \cdot d \vdots n)$, то $a+b \neq c \cdot d$ при любых допустимых значениях a, b, c и d. Значит, примеры выше удовлетворяют условию. Но множество простых чисел бесконечно, а, значит, и количество способов раскраски бесконечно.

(+) 25б,

Задание №4

Изначально Алиса обследывает ~~???~~ королевство. Делает она это так:

~~Алиса запоминает путь от города, где она находится, до города где она начала. По желанию она может пойти немного назад по этому пути.~~

~~Алиса запоминает все города, путь до кот~~

Алиса хранит у себя в голове список всех городов, ~~в~~ путь до которых она знает, но которые ещё не посещала. Каждый раз, когда она приходит в новый город, все города, которые соединены с ним и которые Алиса ещё не посещала, добавляются в конец списка. Алиса перемещается к городам, которые находятся в этом списке, в том порядке, в котором они были добавлены. После посещения город из списка удаляется. Так продолжается пока список не становится пустым. По мере прохождения Алиса строит полную ~~Далее удаляет~~ карту ~~у~~ королевства.

Далее для каждой возможной пары городов C_1 и C_2 Алиса определяет, могут ли они ~~являет~~ являтся столицами. Определяет она это таким образом:

1. ~~Перв~~ Алиса сравнивает количество дорог, ведущих от городов C_1 и C_2. Если они ~~разл~~ различные, то пара C_1 и C_2 не подходит в качестве столиц. Иначе продолжаем исполнение.
2. Для C_1 и C_2 составляем списки городов, соединённых с ними. ~~Состав для~~ Если какие-то города встречаются в обеих списках, то эти города мы исключаем из ~~этих~~ списков. Далее Алиса находит все возможные решения такие, чтобы каждому городу из 1-го списка соответствовал город из 2-го с одинаковым количеством дорог и, наоборот, чтобы каждому городу из 2-го соответствовал город из первого. Если таких решений 0, то C_1 и C_2 — не столицы,

Как?

Задание 4 (продолжение)

3. Для каждого возможного решения Алиса пробегается рекурсивно по всем парам городов и для каждой повторяет шаг 2, исключая из списка все города, которые уже были посещены (т.е. столицы), ~~Если результат~~ ~~Если результат хотя бы одного решения окажется положительным,~~ до пока список не окажется пустым или не удастся найти пару. Если результат хотя бы одного решения ниже по рекурсии окажется положительным (получится пустой список), то и результат решений выше по дереву рекурсии тоже будут положительным. Если одно из решений для городов C_1 и C_2 даёт положительный результат, то эти города могут быть столицами.

1 3б.

Бланк ответов