ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802265066372

Титульный лист

Направление	☒ информатика	☐ история	☐ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		
Класс	☐ 8 ☐ 9	☐ 10	☒ 11
Фамилия	ПОДГОРНОВ		
Имя	ИВАН		
Отчество	АНДРЕЕВИЧ		
Дата рождения	11 07 2005		
Город участия	КУРГАН		
Аудитория	212		
Телефон	89025935984		

Дата 25 02 2023 **Подпись** ИПодгорнов

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802265066372

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия КУРГАН

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	15	00	00						
Балл члена жюри №2	20	15	00	00						

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 035

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

(1) Выберем любое простое число a и покрасим в красный цвет розы со ~~всеми~~ номерами, кроме an, где n – нат. число. Тогда белыми будут розы a, $2a$, $3a$, $4a$ ... Сумма номеров белых роз всегда будет равна $xa + ya = (x+y)a = za = na$, то есть условие суммы белых роз выполняется.

Для того, чтобы не выполнялось условие произведения для красных роз, нужно чтобы два числа некратные a в произведении давали число кратное a. Но если у множителей нет простого делителя a, то и у их произведения его нету $\Rightarrow$ произведение не кратно a $\Rightarrow$ условие произведения красных роз выполняется.

Так как кол-во простых чисел бесконечно, то существует бесконечное число раскрасок, удовлетворяющих условию

Ответ: Да, существует (±)

(2) 1) Рассмотрим закономерность функции $f(y)$.
Понятно, что $f(n) = f(n-1)$ xor n.
Начнем рассматривать с $f(3) = 0$
$f(4) = f(3)$ xor $4 = 0$ xor 4. В числах 0 и 4 различаются только те позиции, где в числе 4 стоит 1 $\Rightarrow$ $f(4) = 4$. $f(5) = f(4)$ xor $5 = 4$ xor 5. В записи 4 и 5 различны только крайняя правая позиция $\Rightarrow$ $f(5) = 1$. $f(6) = f(5)$ xor $6 = 1$ xor 6. В числах 1 и 6 различаются только те позиции, где в числе 6 стоит 1 и крайняя правая $\Rightarrow$ $f(6) = 7$.
$f(7) = f(6)$ xor $7 = 7$ xor $7 = 0$

Как мы видим, $f(7)=f(3)=0$. Т.к. единствен-ная позиция, которая имела значение отдельно от остальных — крайняя правая, а крайние правые позиции ~~что~~ меняются каждое след. число, то при шаге 4 крайние позиции сохраняются, значит мы имеем закономерность с шагом 4, где чередуются значения $0, m, 1, m+1$.

Т.е. для $m=3;7;\ldots$ $f(y)=0$; для $m=4;8;12$ $f(y)=m$

для $m=5;9;13\ldots$ $f(y)=1$, для $m=6;10;14$ $f(y)=m+1$

Тогда для $n=2$ $y=4x+2022\cdot2+2022=4x+6066$. Это число четное, но не делится на 4 (т.к $4x:4$, а 6066 не делится)

$\Rightarrow f(4x+6066)=n+1=4x+6067$, откуда можно вычислить x $\Rightarrow$ кролику будет достаточно одного вопроса, что является минимальным. +

2) Безошибочно определить x можно только в том случае, когда ~~для~~ y четное (для какого-то n), иначе $f(y)$ будет равен 1 или 0, по которым невозможно верно определить исходное x.

Т.к. кролик знает B, C, n, то y сводится к виду $ax+b$. Значит для четных x y может быть четным только если b — четное.

$Bn+C$ — четное $\Rightarrow$? вариант B нечетное, C нечетное отпадает.

Если B нечетное, C четное, то ~~$ax+b$~~ $Bn+C$ четно только тогда, когда n — четное. В таком случае Xn^2 — четное $\Rightarrow y = Ч + Ч + Ч$ = четное $\Rightarrow$ такой вариант подходит.

Рассмотрим варианты одинаковой чётности.

а при $Bn+C$ – нечетном?

Если B нечетное, C нечетное, то $Bn+C$ четно только если n – нечетное. Но тогда $xn^2 = \cancel{3} \times H$ и для нечетного x xn^2 нечетное => y нечетное => опред x нельзя

Если B четное, C четное, то $Bn+C$ четно для любого n и xn^2 четно для четного n => y четное => можно опред.

Итого подходят варианты B нечетное, C четное; B четное, C четное.

Ответ: для четных C и любых B ±

Бланк ответов