



Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия ДОСТОВАЛОВ

Имя ДМИТРИЙ

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

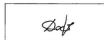
Дата рождения 07 05 2005

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Аудитория 349

Телефон 89227517744

Дата 25 02 2023 Подпись



Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

- Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия
- Класс 8 9 10 11

Город участия **Ч Е Л Я Б И Н С К**

Заполняется организаторами

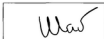
Количество доп. листов _____ Количество черновиков к проверке _____
 Время выхода с _____ : _____ до _____ :

Протокол проверки Заполняется жюри

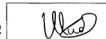
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	2	5	1	5	0	6	0	0		
Балл члена жюри №2	2	5	1	5	0	6	0	0		
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл **0 4 6**

Подпись члена жюри №1

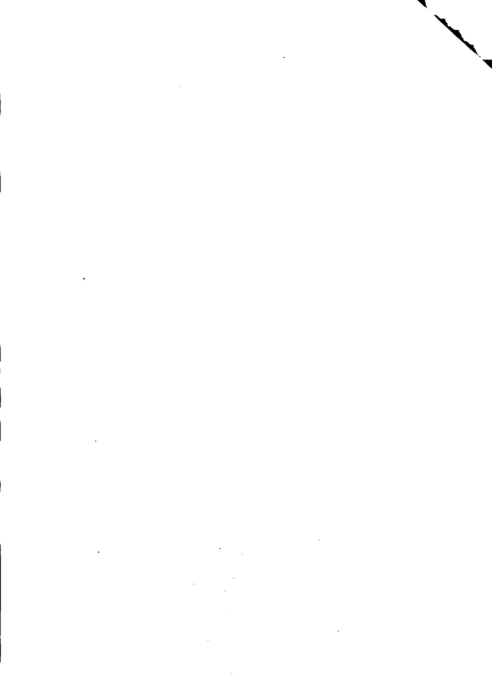


Подпись члена жюри №2



Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Задача 1

Ответ: да

1) Давайте выберем suitable простое число p , все розы с номерами красками p покрасим в белый, тогда сумма номеров $2 + \dots + n$ роз там же будет красна $p \Rightarrow$ роза с номером равная сумме номеров будет белой, при этом "белые" номера нельзя получить произведением "красных", т.к. p простое
 p номер красна $p \Rightarrow$ один из множителей там же будет красна $p \Rightarrow$ два множителя не могут быть красными

2) Таким образом, мы получили, что для каждого простого p существует раскраска роз, удовлетворяющая условию (б. число + б. число = б. число, кр. число + кр. число \neq б. число, то есть кр. число + кр. число = кр. число) \Rightarrow число раскрасок сопоставимо числу простых чисел \Rightarrow их бесконечно много. \oplus

Задача 2 0) $f(n+1) = f(n) \times \sigma(n+1)$

1) Рассмотрим функцию $f(n)$:
 $f(1) = 1$
 $f(2) = 3$
 $f(3) = 0$
 $f(4) = 4$
 $f(5) = 1$
 $f(6) = 2$
 $f(7) = 0$
 \vdots

Заметим, что значения функции циклически, а именно:
 для $n \equiv 3 \pmod{4} \quad f(n) = 0$
 для $n \equiv 0 \pmod{4} \quad f(n) = n$ (*)
 для $n \equiv 1 \pmod{4} \quad f(n) = 1$
 для $n \equiv 2 \pmod{4} \quad f(n) = n+1$

(\equiv означает сравнение чисел по модулю 4)

Важно это по индукции.

В качестве базы я велю считать f для первых n чисел и это работает, пусть у нас есть некоторое число $n \equiv 3 \pmod{4}$ и $f(n) = 0 \Rightarrow$
 $\Rightarrow f(n+1) = n+1$, т.к. $\sigma(n+1) = n+1$ и при этом, заметим, что $n+1$ - четное $\Rightarrow n+2$ - нечет \Rightarrow оно будет отниматься от $n+1$, последний член $(n+2 \in \mathbb{N})$
 $\Rightarrow n+1$ имеет вид $a_1 a_2 a_3 \dots a_k 0 a_{k+1} \dots a_{n+1}$
 $(n+2)$ имеет вид $a_1 a_2 a_3 \dots a_k a_{k+1}$
 $\Rightarrow (n+1) \times \sigma(n+2) = 1 \Rightarrow f(n+2) =$
 $= (n+2) \times \sigma(n+1) = (n+2) \times (n+1) = (n+2)(n+1) \Rightarrow f(n+2) = (n+2) \times \sigma(n+1) = 0$ Продолжение для разд. 1

Произвольные значения x

Мы получим, что если число $n \equiv 3$ и $y(n) \neq 0$, то

$$\begin{aligned} f(n+1) &= n+1 \\ f(n+2) &= 1 \\ f(n+3) &= n+4 \\ f(n+4) &= 0 \end{aligned}$$

, а $n+4 \equiv 3 \Rightarrow$ все числа будут попарно теми же образам, при этом

для $n \equiv 3$ $n \equiv 3$ $y(n) \neq 0 \Rightarrow$ все числа удовлетворяют условию $(*) \checkmark$

Тогда пусть кроме казвет $n=2 \Rightarrow y = 4x + 2066 \equiv 2 \pmod{4}$

$$f(y) = y+1 \Rightarrow$$

Кроме узнает число $y \Rightarrow$ он решает уравнение $y = x^4 + 2022x + 2022$
 + он знает n и подберёт x , как $x = \frac{y - 2022n - 2022}{n^2} \quad (+)$

За 1 действие, очевидно, что за колы вопросов найти x невозможно

Б) Чтобы кроме нашёл x , то должно выполняться следующее условие:

$$\forall x \exists n: \begin{cases} x^4 + Bn + C \equiv 0 \\ x^4 + Bn + C \equiv 2 \end{cases} \text{ , чтобы кроме мог получить } y \text{ , в противном случае числа будет казвется только } 0! \checkmark$$

1) Пусть $x \equiv 0 \Rightarrow$ Вместо беса свободн, а $\begin{cases} C \equiv 0 \\ C \equiv 2 \end{cases}$

2) Рассмотрим случаи: $\begin{cases} C \equiv 1 \\ C \equiv 1 \\ C \equiv 1 \\ C \equiv 1 \end{cases} \begin{cases} D \equiv 0 \\ D \equiv 1 \\ D \equiv 2 \\ D \equiv 3 \end{cases} \begin{cases} x \equiv 0 \\ x \equiv 1 \\ x \equiv 2 \\ x \equiv 3 \end{cases}$ невозможны по причине n попарно, невозможны по причине n попарно, невозможны по причине n попарно, невозможны по причине n попарно.

$\Rightarrow C \not\equiv 1$, т.к. существуют x , при которых нет решений n

3) Рассмотрим случаи $\begin{cases} C \equiv 3 \\ C \equiv 3 \\ C \equiv 3 \\ C \equiv 3 \end{cases} \begin{cases} D \equiv 0 \\ D \equiv 1 \\ D \equiv 2 \\ D \equiv 3 \end{cases} \begin{cases} x \equiv 0 \\ x \equiv 1 \\ x \equiv 2 \\ x \equiv 3 \end{cases}$ —//—

$$x \not\equiv 3$$

Мы получим, что у кроме будет решение $\Leftrightarrow \begin{cases} C \equiv 0 \\ C \equiv 2 \end{cases}$; B -любое

Ответ: B -любое; $C \equiv 0$ или $C \equiv 2$, другими словами:

$$\begin{cases} C = 4k, k \in \mathbb{Z} \\ C = 4l+2, l \in \mathbb{Z} \end{cases} \quad (-)$$

Задание 3

1) Если представить $2n-1$ узлов (узлы) и их дружбу (связи/рёбра) как неориентированный граф, то условие о том, что ни к какому человеку не придёт его же жуткие замарка говорит о том, что в графе нет циклов, а (связей)
 ра) у нас ориентированный неориентированный граф, то у нас $2n-1$ связей будет $2n-1$. Предположим, что он не связный, тогда либо какой-то узел, либо $2n-1$ узлов ^{будет} отделено от другого множества, ~~при этом все рёбра~~ ~~проведённые между этими рёбрами~~, ~~они~~ ~~будут соединены между~~ но тогда мы можем провести между ними рёбра \Rightarrow набор не был очень хорошим.

Ответ 1: $2n-1$ (+)

2) Пусть $2n-1$ будут называться так $\begin{matrix} 1 & 2 \\ \square & \\ 3 & 4 \end{matrix}$
 Рассмотрим 4 случая.

- ① 1 и 3 связаны; 2 и 4 нет $\begin{matrix} 1 & ? \\ | & \\ 3 & ? \end{matrix}$ будет всего 4 набора $(\square; \blacksquare; \blacktriangleright; \blacktriangleright)$
- ② 1 и 3 связаны; 2 и 4 тоже $\begin{matrix} 1 & ? \\ | & \\ 3 & ? \end{matrix}$ будет 4 набора $(\square; \blacksquare; \blacktriangleright; \blacktriangleright)$
- ③ 1 и 3 не связаны; 2 и 4 связаны $\begin{matrix} 1 & ? \\ | & \\ 3 & ? \end{matrix}$ будет 4 набора, аналогичные ①
- ④ 1 и 3 не связаны; 2 и 4 не связаны $\begin{matrix} 1 & ? \\ | & \\ 3 & ? \end{matrix}$ потому только ^к эти случаи! будет 4 набора $(\times; \times; \Sigma; \Sigma)$

\Rightarrow для $2n=4$ всего \square очень хорошие наборов

Ответ 2: 16 (+)

Продолжение на разборе.

Продолжите задание 2.

3) Рассмотрим $f(n)$, также заметим, что очень хороший подбор для $n > 2$ - связный граф.

Пусть у нас были набор $f(n-1)$

Рассмотрим 2 случая: 1) вершины n -н соединены
2) вершины n -н не соединены.

M

$\frac{1}{\dots \dots \dots n-1} \dots \dots \dots n$
случайный набор из $f(n-1)$

Заметим, что n -н мы должны связать с набором M , при этом мы не можем:

- соединить 2 вершины, n с одной вершиной $n-1$ т.к. получится цикл
- соединить 2 вершины, n с двумя вершинами $n-1$, т.к. до прибавления n -н граф был связным \Rightarrow был путь из одной вершины $n-1$ в

другую $n-1$, а теперь появился второй через вершины n \Rightarrow образуется цикл \Rightarrow из точки n -н только один может быть связан с M , тогда всего 4 способа это сделать

$\Rightarrow f(n)$, количество связей n -н всего 4. $f(n-1)$

$\frac{2}{M \dots \dots \dots n-1, n} \dots \dots \dots n-1$

Заметим, что связать обе точки, n можно с M

4 способами: $\begin{matrix} n-1 & n & n-1 & n & n-1 & n & n-1 & n \\ \swarrow & \searrow & \text{---} & \swarrow & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ n-1 & n & n-1 & n & n-1 & n & n-1 & n \end{matrix} \Rightarrow$



тоже способ, если A и B не лежали в одной компоненте связности

$\Rightarrow f(n)$, количество связей n -н всего 4. $f(n-1)$

$\Rightarrow f(n) = 4 f(n-1) + 4 f(n-1) = 8 f(n-1)$ для $n > 2$

$\Rightarrow f(n) = 8 f(n-1) + 0 f(n-2) + 0 f(n-3) + 0 f(n-4)$

т.к. в графиках нет $f(n-4) \Rightarrow n > 3 \Rightarrow$ keine usw. ($n > 2$) выписывается \Rightarrow формула берта

Ответ: A=8; B=0; C=0; D=0

9) Из формулы следует: $f(1)=1$ $f(2)=16$ $f(3)=256 \dots$

Продолжите на следующем листе.

Продолжение 2 задания 3.

$$f(1) \stackrel{10}{\equiv} 1 \quad f(2) \stackrel{10}{\equiv} 6 \quad f(3) \stackrel{10}{\equiv} 9 \quad f(4) \stackrel{10}{\equiv} 4 \quad f(5) \stackrel{10}{\equiv} 2 \quad f(6) \stackrel{10}{\equiv} 6$$

Т.к. каждый следующий элемент является элементом геом. прогрессии, ил остатки будут находиться в цикле с периодом 4 и с инкрементом 1 $\Rightarrow f(2023) \equiv f(2023 - 1)$

~~2023 - 1~~ $\Rightarrow f(2023) \equiv f(2023 - 1)$
 $(2023 - 1) \bmod 4 = 3 \Rightarrow f(2023)$ соответствует 3 элементу цикла \Rightarrow

$$\Rightarrow f(2023) \stackrel{10}{\equiv} f(4) \stackrel{10}{\equiv} 4$$

Ответ: $\boxed{4}$ \ominus

Задание 4

1) Каким образом так, что мы не будем заходить в уже посещённые города, тогда рано или поздно Аня пересечёт границу, т.к. города - деревья без циклов, при этом со второй стороны -// она дойдёт до границы второй раз и когда она увидит уже вторую из посещённых городов \Rightarrow она сделает круг, при этом

