ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802884458838

Титульный лист

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ЧЕРЕНЦОВ

Имя ДАНИИЛ

Отчество МИХАЙЛОВИЧ

Дата рождения 05 08 2005

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория А3

Телефон +79086314023

Дата 25 02 2023 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

2802884458838

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	00	21	00	00						
Балл члена жюри №2	00	21	00	00						

Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл 021

Подпись члена жюри №1 Шаб

Подпись члена жюри №2 Шаб

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№1

Допустим, какая-то роза под номером m - красная, тогда никакая из пар роз n и (m-n) при $n \le \left[\frac{m-1}{2}\right]$ не может быть белой (обе розы в паре не могут быть белыми). Другими словами, среди любой пары роз, симметричных относительно $\frac{m}{2}$, должна быть хотя бы одна красная роза. Из этого следует, что перед розой m не может быть больше, чем $\frac{m}{2}$ белых роз... почему?

$p + p = 2p$

Среди роз может быть и всего одна белая роза. Если роза под каким-то номером p - простым числом белая, а все остальные розы красные, то никакие два натур. числа не будут давать в произведении p, кроме 1 и p, но p - белая роза. Квадрат простого числа тоже нельзя получить произведением двух разных натур. чисел. => Для любого простого числа существует 2 различных раскраски, которые бы устроили королеву, а т.к простых чисел бесконечное количество, то и раскрасок бесконечное количество. ⊖

Ответ: такого числа не существует, т.е существует бесконечное кол. раскр.

№2

Заметим, что ~~...~~ $f(n) = f(n-1) \text{ xor } n$

$f(1) = 1$
$f(2) = 3$
$f(3) = 0$
$f(4) = 0 \text{ xor } 4 = 4$
$f(5) = 4 \text{ xor } 5 = 1$
$f(6) = 1 \text{ xor } 6 = 7$
$f(7) = 7 \text{ xor } 7 = 0$
$f(8) = 0 \text{ xor } 8 = 8$
...

xor между 1 и четным числом n всегда дает (n+1)
xor между n и n всегда дает 0
xor между 0 и n всегда дает n
xor между n и (n+1) всегда дает 1

$5 \text{ xor } 6 = 3$

⇓ не очевидно

функцию можно упростить до:

$$f(n) = \begin{cases} n, & n \% 4 = 0 \\ 1, & n \% 4 = 1 \\ n+1, & n \% 4 = 2 \\ 0, & n \% 4 = 3 \end{cases}$$

6б ⊕

1.) Если Королева назовет число n = 2, то $y = 4x + 6066$, а $y \% 4 = 2$ при любом x =>

=> $f(y) = y + 1$ => и Алиса назовет число $4x + 6067$ при любом x =>

искомое x легко найти $x = \frac{z - 6067}{4}$ (z - названное Алисой число)

За один вопрос при любом x - лучшая стратегия.

2.) Исходя из предыдущих рассуждений, можно сказать, что загаданное число можно угадать за конечное количество вопросов, только, если возможно подобрать такое число n, которое кратно 2 (чтобы xn^2 было кратно 4), и при этом $B \cdot n + C$ при делении на 4 выдавало остаток 0 или 2. (только при этих значениях из результата функции можно получить аргумент x). $m = \frac{n}{2}$, $m, n \in \mathbb{Z}; m, n \ge 0$

⊕ 15б

Получаем уравнения:

$$\left[\begin{array}{l} (2mB + C) \% 4 = 0 \\ (2mB + C) \% 4 = 2 \end{array}\right.$$

Они эквивалентны:

$(2mB + C) \% 2 = 0$

$\vdots$
2

Получается, что при четном C и любом B такое число n подобрать возможно.
При нечетном C и любом B невозможно.

Ответ: при любом B и четном C число можно угадать за 1 вопрос (n=2). При нечетном C при любом n кратном 2 будет называть только 0 или 1, поэтому количество вопросов предсказать невозможно.

Бланк ответов

№3

Представим рассадку гостей за столом в виде графа, где гости – вершины, а ребра – наличие дружбы между гостями, вершины которых они соединяют.
Если на графе есть хотябы один цикл, загадка пройдет по кругу и рассадка не будет хорошей.

Очень хорошая рассадка – рассадка, при которой невозможно добавить еще одно ребро так, чтобы не появился цикл => количество ребер должно быть на 1 меньше, чем вершин.

1. Исходя из предыдущих рассуждений макс. кол. пар. $= 2n-1$ + 2б
2. 4 гостя сидят квадратом и каждый из них может быть другом каждого. ~~Количество графов без циклов можно вычислить по формуле:~~ Первый гость может быть другом 2, 3 и 4 (3 варианта), второй или первый могут быть друзьями 3 или 4 (2·2 варианта) и только один может быть другом последнего (3 варианта)

$C = (1\cdot3)\cdot(2\cdot2)\cdot(3\cdot1) = 36$.

Ответ: 36 –

Бланк ответов