



2802867449773

### Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия ЗАХАРОВ

Имя СЕРГЕЙ

Отчество НИКОЛАЕВИЧ

Дата рождения 10 08 2006

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 425

Телефон 89505689296

Дата 25 02 2023 Подпись



Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



### Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Город участия **Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г**

Заполняется организаторами

Количество доп. листов \_\_\_\_\_ Количество черновиков к проверке \_\_\_\_\_

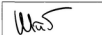
Время выхода с \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_ до \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_


### Протокол проверки

Заполняется жюри

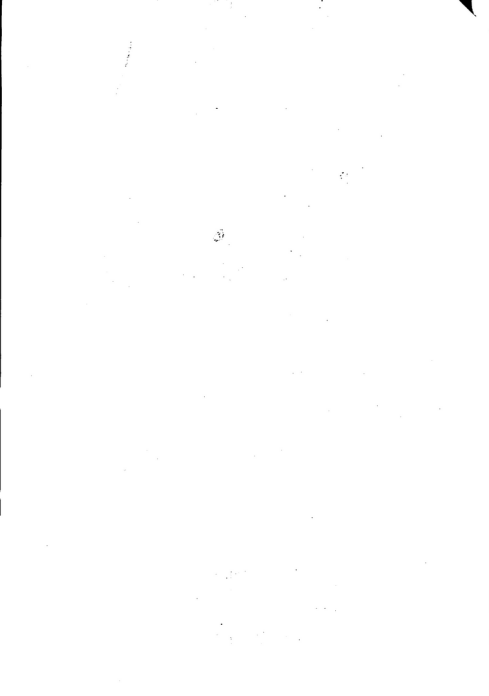
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	1	7	2	0	0	2	0	5		
Балл члена жюри №2	1	7	2	0	0	2	0	5		
Номер задания	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Балл члена жюри №1										
Балл члена жюри №2										

Итоговый балл **0 4 4**

Подпись члена жюри №1 

Подпись члена жюри №2 

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



0)  $x_0$  - изначальный рост

$x_i = x_0 - d \cdot i$  - рост после  $i$  лет (пузырьков)

1) 
$$\begin{cases} n \cdot d = 2022 - \text{уменьшение роста} \\ \frac{x_0 + x_1 + \dots + x_n}{n+1} = 34 - \text{среднее арифм. } x_0, x_1, \dots, x_n \end{cases} (*)$$

$n, d, x_i \in \mathbb{N} \quad \forall (i \in \mathbb{N} : i \leq n) \text{ или } (i=0)$

✚ (\*):

$$\frac{x_0 + x_0 - d + x_0 - 2d + \dots + x_0 - n \cdot d}{n+1} = 34 \quad \checkmark$$

$$\frac{x_0(n+1) - d(1+2+\dots+n)}{n+1} = 34 \quad \checkmark$$

$$x_0 - d \cdot \frac{(n+1) \cdot n}{(n+1) \cdot 2} = 34 \quad \checkmark$$

$$x_0 - \frac{d \cdot n}{2} = 34$$

из 1-го уравнения системы:

$$x_0 - 1045 = 34$$

$$x_0 = 1045 \quad \checkmark$$

$$x_n = x_0 - 1045 < 2022$$

⇓  
решений нет

Итак, получили, что  $x_0$  может равняться только 1045; найдем сколько способов может быть для  $d$ :

$n \cdot d = 2022$ , т.к.  $n, d \in \mathbb{N}$ , то найдем все способы разложить 2022 на ил-ли (капитализованное разложение):

$$2022 = 2^1 \cdot 3^1 \cdot 337^1$$

Возможные варианты:

$\begin{cases} n=1 \\ d=2022 \end{cases}$	$\begin{cases} n=2 \\ d=3 \cdot 337 \end{cases}$	$\begin{cases} n=3 \\ d=2 \cdot 337 \end{cases}$	$\begin{cases} n=2 \cdot 3 \\ d=337 \end{cases}$	$\begin{cases} n=2 \cdot 337 \\ d=3 \end{cases}$	$\begin{cases} n=3 \cdot 337 \\ d=2 \end{cases}$
$\begin{cases} n=2 \cdot 3 \cdot 337 \\ d=1 \end{cases}$	$\begin{cases} n=337 \\ d=2 \cdot 3 \end{cases}$	Итак, может быть 8 пар $(x_0; d)$			

Ответ: 8 (I)

# Линейное № 4

№ 3

3)  $f(n) = A \cdot f(n-1) + B \cdot f(n-2) + C \cdot f(n-3) + D \cdot f(n-4)$

$f(1) = 1 \quad f(0) = 1$

$f(2) = 8$

1)  $3n - m$ ,  $A = 6$  (~~и~~,  $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 8$  - не определены), манна

$\exists$  6 способов задать эти 2 точки и найти 1 по условию (2)

но  $\square$  и  $\times$  случаи невозможны (однозначно задаются по 2 ребра)

2)  $B = 2$ , т.к.  $\exists$  2 случая, где известны ребра и точки как минимум  $\square$  и  $\times$   $\ominus$

3)

(

2) Аналогично пункту 1)  $\checkmark$  х. определяется един. образом.  
 $d \cdot n = 232848 = 2^4 \cdot 3^3 \cdot 7^2 \cdot 11^1$  поэтому все подходит?

выбрать  $d$  мы можем  $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 = 120$  способами, т.к.  
 кол-во способов выбрать вхождения "2"  $n$  раз:  $5: 0, 1, 2, 3, 4$   
 (т.е. серия  $2^0, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4$  соответственно)  
 аналогично, серия  $3^0, 3^1, 3^2$  или  $3^3$   
 аналогично,  $7^0, 7^1$  или  $7^2$   
 аналогично,  $11^0, 11^1$

Итак, выбирая степени вхождения получим  $120$   
 мы получали  $120$  вариантов \*  $\oplus$

ответ: 120 \* другими словами, выбираем  $d_1, d_2, d_3, d_4$ :  
 $d = 2^{d_1} \cdot 3^{d_2} \cdot 7^{d_3} \cdot 11^{d_4}$

- 1)  $f(1) = 1$
- $f(2) = 3$
- $f(3) = 0$
- $f(4) = 7$
- $f(5) = 1$
- $f(6) = 7$
- $f(7) = 0$
- $f(8) = 8$
- $f(9) = 1$
- $f(10) = 11$
- $f(11) = 0$
- $f(12) = 12$

$$\begin{cases} f(4k) = 4k & \forall k \in \mathbb{N} \\ f(4k-1) = 0 \quad (*) \\ f(4k-2) = 4k-1 \\ f(4k-3) = 1 \end{cases}$$

До-см, что (\*) верно.  
 а) База индукции:  $k=1$  - верно  
 б) Шаг индукции: пусть (\*) верно для  $k=n$ ,  
 докажем, что (\*) верно для  $k=n+1$ :  

$$\begin{cases} f(4n) = 4n \\ f(4n-1) = 0 \\ f(4n-2) = 4n-1 \\ f(4n-3) = 1 \end{cases}$$
  
 •  $f(4n+1)$  - нечет. значит различается с чн. четью  
 в нулевом бите (2) ("...1110", "нулевой-самый правый бит"),  
 значит  $f(4n) \times 0$  or  $(4n+1) = 1$  (т.к.  $f(4(n+1)-1)$  - чет-но)

- $f(4n+2) (= f(4(n+1/2)))$ ,  $4n+2$  - четное, зн. 1 or  $(4n+2) = 4n+3 \neq \checkmark$   
 (т.к. у  $4n+2$  нулевой-самый правый бит - 0, а у "1" - 1)  $\checkmark$
- $f(4n+3) (= f(4(n+1)))$ ,  $y \times 0$  or  $y = 0$ ;  $\Rightarrow$  чет-но.  $\checkmark$
- $f(4n+4) (= f(4(n+1)))$ ,  $y \times 0$  or  $0 = y \Rightarrow$  чет-но.  $\checkmark$

# Лист № 5

№ 4

1) В undirected graph (в undirected graph  $A_1, A_2, \dots, A_n$ ,  $C_1, C_2, \dots, C_n$ ) ~~найдены города~~

2) Алгоритмы:

1) Алгоритмы запоминания для каждого города, была она там или нет, и начинаем с указанного города она должна идти и запоминать как рандомизированный графа (но алгоритм с алгоритмами BFS или DFS).

2) Заметим, что пара городов может являться столицей, или существует набор вершин, где каждый: сам рандомизированный граф по этим вершинам, он разделился на 2 м-ва, рассматривая под  $A$  и  $C$  в undirected graph.

3) Если вершина  $V$  входит в м-во  $X$ , то в нем всегда только 2 ребра (1 из  $A$ , другое из  $C$ )  $\checkmark$

4) Пусть  $U$  - м-во всех вершин, которые потенциально могут быть столицей (3)

5) Все  $\neq$  возможные подмножества из  $U$  (т.е. все варианты будут рассмотрены)

6) Пусть  $V'$  - подмножество  $U$ ; если при удалении из undirected graph  $U'$  он станет ~~одноэлементным~~ <sup>поэтому этого доста полно</sup> и ~~он~~ <sup>как это проделать?</sup> при разделении  $U'$  будет ~~минимизирован~~ <sup>т.е. как по все вершины не в  $U'$  как найти пары столиц?</sup> в один из м-во. могут быть столицей

\*) Вершины заменим на 2, взаимные ребра и удалим ребра:



2 ребра, но одно ребро для одной новой вершины, другое для другой (3), поэтому возможные варианты разделим.

\*) Существует способ преобразовать вершины в один элемент так, чтобы эта undirected graph подходила под условие задачи.

представил мне на листе № 6

Согласно, принципам мат. индукции.

$\forall k \in \mathbb{N}$ :

$$\begin{cases} f(4k) = 4k \\ f(4k-1) = 0 \\ f(4k-2) = 4k-1 \\ f(4k-3) = 1 \end{cases}$$

Стратегия:

1) Кроме задан вопроса для  $n=2$  и получим в ответ:

$f(x \cdot 4 + 4044 + 2018)$ ,  $4x + 4044 + 2018 \div 2$ , но т.к.  $2018 \div 2$ ,  
то  $4x + 4044 + 2018 = 4k - 2$  для  $k \in \mathbb{N}$ , ~~тогда~~, значит.

$$f(4x + 2022 \cdot 2 + 2018) = 4x + 2022 \cdot 2 + 2018 = 4x + 2022 \cdot 2 + 2019$$


2) Итак, задав для  $n=2$ :

$q = f(4x + 2022 \cdot 2 + 2018)$  - ответ, и  $q = 4x + 2022 \cdot 2 + 2019$

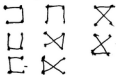
(по док-ству), зн.  $x = \frac{q - 6063}{4}$   $\oplus$

Максимальное кол-во вопросов - 1.  $\forall$   
 $n \geq 3$

3) Лемма 1, если в наборе есть цикл, но он не имеет длины кратной 4,  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow \dots \rightarrow A$  - цикл, изменив заданку  $A$  рождаются  $B$ ,  $C$  и т.д. в конечном итоге заданка  $A$  вернется к  $A$ , чего быть не должно, набор не хороший.  $\checkmark$

1) Пусть есть ориентированный граф, вершины - друзья-ребра, тогда минимальный хороший граф - дерево, в котором задан  $2n$  вершин, т.е. всего  $2n-1$  ребро (ребра), при этом этот набор очень хороший т.к. добавив ребро получим цикл, и значит набор перестанет быть хорошим (по 1-й), итд.  
ответ на 1:  $2n-1$   - минимальный набор!  $\oplus$

2) Для  $4$  существует в наборе (он хороший):  $\ominus$



заполн на обратной стороне по листочку.



3) Дан-во. корректности.

- а) г-ен, что конкретный найденный вариант верен
- 1) по пункту (3) и (6) варианты подлежат
- б) г-ен, что мы нашли все варианты:
- 1) по пункту (4) и (5) рассматриваются всевозможные комбинации подлежащих вариантов.
- Планки образцов слогана корректны.

Р. 5. 1) если  $|V| = n$ , то нам придется перебрать  $2^n$  вариантов.

2) индексирование (пункт 6) можно делать с помощью

DFS.

