ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302401265940

Титульный лист

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия КНЯЖЕВ

Имя СЕМЁН

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 22 03 2006

Город участия ТЮМЕНЬ

Аудитория 409

Телефон 89995490499

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302401265940

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ТЮМЕНЬ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 13:09 до 13:14

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	–	–					
Балл члена жюри №2	20	20	0	–	–					

Итоговый балл 40

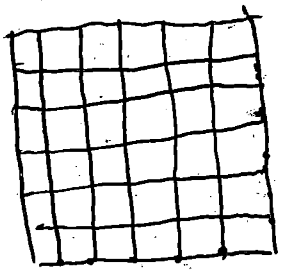
Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

1)



Предположим, что может. Тогда посчитаем сумму чисел по горизонтали и по вертикали.

$$S = n + (n+1) + (n+2) + \dots + (n+11) = \frac{(2n+11)\cdot 12}{2}$$

$$S = 12n + 66$$

Посчитаем эту же сумму вторым способом:
Каждую клетку посчитали дважды

$$S = (1+2+\dots+36)\cdot 2 = \frac{36\cdot 37}{2}\cdot 2 = 1332$$

+

$12n + 66 = 1332$

$12n = 1226$

$n = 105{,}5$ → Противоречие => не может.

Ответ: не может.

2) $a^2 + b^2 + c^2 = 2abc = 1$

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a\sqrt{b^2c^2 - b^2 - c^2 + 1} + b\sqrt{a^2c^2 - a^2 - c^2 + 1} + c\sqrt{a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1} \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a\sqrt{b^2c^2 + a^2 + 2abc} + b\sqrt{a^2c^2 + b^2 + 2abc} + c\sqrt{a^2b^2 + c^2 + 2abc} \geq 2\sqrt{abc}$$

Из нер-ва сред.

$b^2c^2 + a^2 \geq 2abc$

$a^2c^2 + b^2 \geq 2abc$

$a^2b^2 + c \geq 2abc$

Тогда:

$a\sqrt{b^2c^2 + a^2 + 2abc} \geq a\sqrt{4abc} = 2a\sqrt{abc}$

$b\sqrt{a^2c^2 + b^2 + 2abc} \geq b\sqrt{4abc} = 2b\sqrt{abc}$

$c\sqrt{a^2b^2 + c^2 + 2abc} \geq c\sqrt{4abc} = 2c\sqrt{abc}$

→

$a\sqrt{b^2c^2+a^2+2abc}+b\sqrt{a^2c^2+b^2+2abc}+c\sqrt{a^2b^2+c^2+2abc} \geq 2\sqrt{abc}(a+b+c)$

$2\sqrt{abc}(a+b+c) = 2\sqrt{abc}$

$a+b+c \geq 1$ | в квадрат

$a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac \geq a^2+b^2+c^2+2abc$

$ab+bc+ac \geq abc$ |: abc

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \geq 1$

Необходимо док-ть

или $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \geq 1$ ~~или $a+b+c \geq 1$~~

Рассмотрим два варианта

1) $a \geq 1$

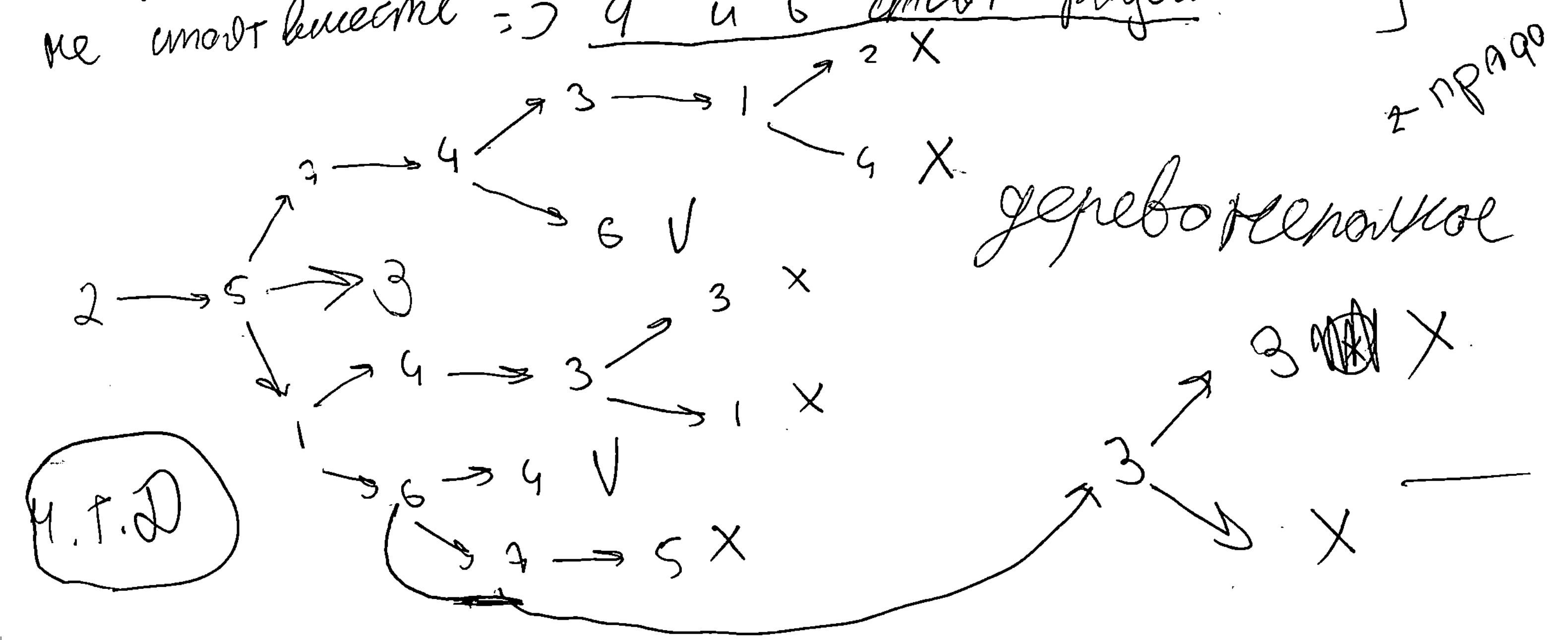
2) $0 < a \leq 1$

1) $a \geq 1 \Rightarrow a+b+c \geq 1$ доказано

2) $1 > a > 0 \Rightarrow \frac{1}{a} \geq 1 \Rightarrow \frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c} \geq 1$ доказано

преобразования равносильны мы пришли к верному нер-ву => изначальное тоже верно

3) Рассмотрим граф, который покажет все возможные варианты выбора предыдущего числа, и исходя из графа следует, что невозможны пути при которых 4 и 6 не стоят вместе => 4 и 6 стоят рядом ч.т.д



Бланк ответов

Бланк ответов