ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101764404210

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Фамилия РЯЗАНОВ

Имя КОНСТАНТИН

Отчество ВЛАДИМИРОВИЧ

Дата рождения 10 08 2006

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 438

Телефон 89080024826

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101764404210

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 0 Количество черновиков к проверке 0

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	5	–					
Балл члена жюри №2	20	0	0	5	–					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1.

Ответ: нет.

Решение:

Предположим, что так можно сделать, тогда сумма всех чисел в таблице (квадрате) $S = 1+2+\ldots+36 = \frac{36\cdot 37}{2} = 18\cdot 37$. Пускай a – наименьшая из сумм по горизонталям и вертикалям, тогда имеем 12 сумм: $a, a+1, a+2, \ldots, a+11$. Их сумма $a+(a+1)+(a+2)+\ldots+(a+11) = \frac{a+(a+11)}{2}\cdot 12 = 2S$ (т.к. сумма всех горизонтальных сумм $= S$ и сумма всех вертикальных сумм $= S$) $\Rightarrow$

$\Rightarrow 6(2a+11) = 2\cdot 18\cdot 37 \Leftrightarrow 2a+11 = 2\cdot 3\cdot 37 \Leftrightarrow 2a = 2\cdot 3\cdot 37 - 11$.

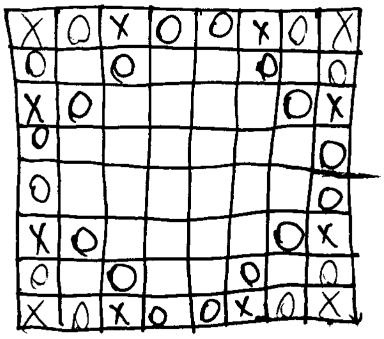
Очевидно из условия, что $a \in \mathbb{Z}$, но $2a$ – чётное, а $2\cdot 3\cdot 37-11$ – нечётное (т.к. $2\cdot 3\cdot 37 \equiv 0 \pmod 2$; $11 \equiv 1 \pmod 2$ $\Rightarrow$ $2\cdot 3\cdot 37 \equiv 1 \pmod 2$)), значит $2a \neq 2\cdot 3\cdot 37-11$, но мы получили, что $2a = 2\cdot 3\cdot 37-11$ – противоречие. Значит таким образом расставить числа нельзя. +

Задание ~~2~~. 4

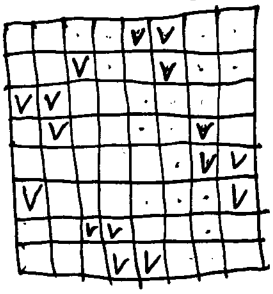
Ответ: 16.

Решение:

1) Оценка: заметим, что каждый оборотень бьёт не более 5 клеток, а всего 64 клетки значит оборотней потребуется не менее 13. Однако для того, чтобы побить угловые клетки потребуется поставить оборотня на место, из которого он будет бить не более четырёх клеток (эти места отмечены ниже крестиком), а также, чтобы побить соседнюю с угловой клетку таким же образом нужно поставить оборотня на место, из которого он будет бить не ~~более~~ четырёх клеток (эти места отмечены O ниже). ~~Значит~~ не значит количество оборотней ~~a~~ ≥ 16.



2) Пример для 16 оборотней: на картинке ниже символом V отмечены клетки, где будут стоять оборотни и бить все клетки доски.

 — пример

Задание 3.

Доказательство:

1) Слева от 2 могут стоять только цифры 3; 4; 6; 7 (любые другие в разности с 5 не являются делителями 2). Если слева от 2 стоит 4, то слева от 4 либо 1, либо 3, либо 6. Предположим противное — 4 и 6 не стоят рядом, тогда слева от 4 либо 1, либо 3, если 3, тогда слева только 7, но тогда на следущее слева место можно поставить только цифры: 4; 2, а они уже стоят, значит слева от 4 не 3, аналогично получаем, что слева от 4 не 1. Значит слева от 2 не 4.

2) Если слева от 2 - 7, тогда слева от 7 два аналогичных случая: 1 и 3, если 3, то слева только 8 (остальные цифры заняты), а слева от неё 3 — все цифры, кроме 4 и 6 расставлены, значит 4 и 6 стоят рядом в этом случае. Значит из предположения ~~слева~~ от 2 не 7.

3) ~~В остальных случаях~~ неразобрана получаем противоречие, значит 4 и 6 стоят рядом ч.т.д.

Задание 2.

$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} = \sqrt{a^2(1-b^2)(1-c^2)} = \sqrt{a^2(1-c^2-b^2+b^2c^2)} =$

неверно

$= \sqrt{a^2(a^2+b^2c^2)} \geq \frac{4}{3}\sqrt{abc}$? ; аналогично для других слагаемых. Значит сумма

$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 4\sqrt{abc}$ ч.т.д.

Бланк ответов