ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302312286032

Титульный лист

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия ШИРКУНОВА

Имя МАРИЯ

Отчество МИХАЙЛОВНА

Дата рождения 23 05 2006

Город участия ЧЕБОКСАРЫ

Аудитория 206

Телефон 89871231127

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302312286032

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Город участия ЧЕБОКСАРЫ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 10:58 до 11:00

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	5	0					
Балл члена жюри №2	20	0	0	5	0					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Вариант 1.

№1. Сумма 6 сумм по горизонтали даёт сумму чисел всей таблицы, т.е. $\frac{1+36}{2}\cdot 36$.

Аналогично сумма 6 сумм по вертикали даст сумму чисел всей таблицы, т.е. $\frac{1+36}{2}\cdot 36$.

Т.к. 6 сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали представляют собой последовательные числа, то они образуют арифметическую прогрессию с разностью 1 и её сумма будет равна удвоенной сумме таблицы (из выводов выше). Тогда получаем:

$$\frac{2a_1+11}{2}\cdot 12 = 2\cdot \frac{1+36}{2}\cdot 36$$

$$2a_1+11=222$$

$$2a_1=211$$

$a_1=\frac{211}{2}\notin \mathbb{N}$, а число a_1 – сумма 6 натуральных чисел => a_1 – тоже натуральное => противоречие => так расставить числа нельзя.

+

Ответ: нет, нельзя.

не доказано

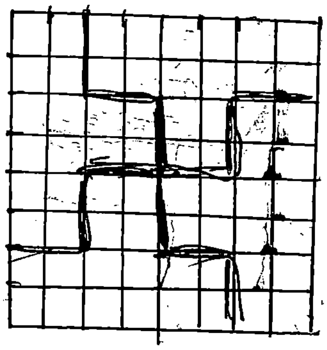
№4. Чтобы максимизировать число покрываемых клеток, соединим 4 оборотня и получим следующую фигуру:

```
    X X
    X X
X X O O X X
X X O O X X
    X X
    X X
```

Затем попытаемся разместить её на доске и понимаем, что помещается целиком на доску лишь 1 такая фигура и приходится расставлять оборотней на свободные клетки и они «стреляют» в уже убитые клетки. => Обрезаем фигуру:

```
X X
O O X X
O O X X
X X
X X
```

и размещаем на доске таким образом:

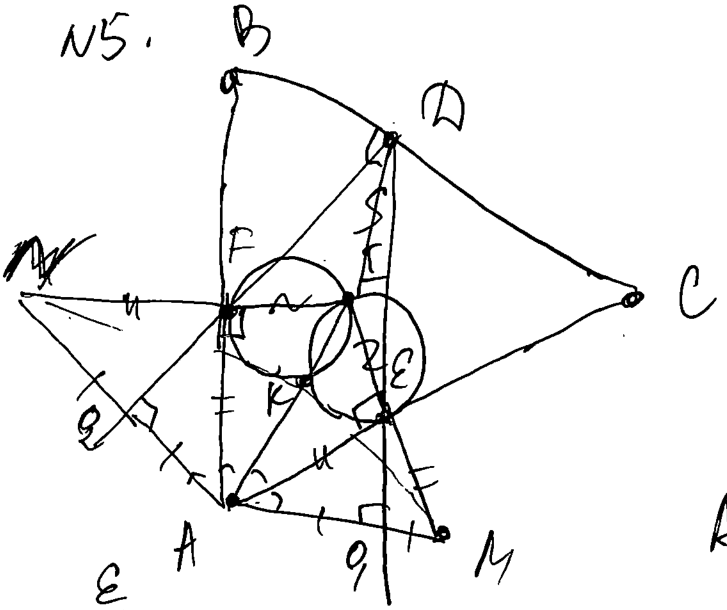


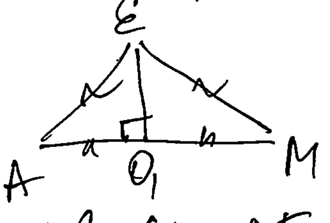
- пример

Получаем 4 фигуры, в каждой из которых 4 оборотня $\Rightarrow$ всего $4 \cdot 4 = 16$ оборотней

Ответ: 16.

N5.





$AE = EM = AF$

$\Delta AFI = \Delta AEI$, т.к. $AF = AE$ (как отрезки касат.)

$\Delta AEO_1 = \Delta AFI$ по гипотенузе неверно

$\Rightarrow \angle EAM = \angle FAI = \angle IAE$

Аналогично

$\Delta Q_2NF = \Delta AFI$ (по гипотенузе)

$\Rightarrow \angle NAF = \angle FAI = \angle IAE$

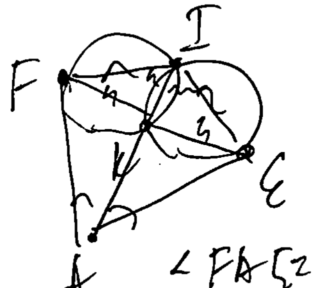
$\Rightarrow NO_2 = O_2A = AO_1 = O_1M$

$\Delta ANK = \Delta AKM$
AK - общ.
$AM = AN$
$\angle NAK = \angle KAM$

$\Rightarrow \angle ANF \angle AME$

$\Rightarrow \angle ANK = \angle AMK$

$\Rightarrow$ ANM - Δр/б $\Rightarrow$ AK - бис-са и медиана



$\angle FAI = \angle IAE$
$FI = IE$ (как радиусы)
IK - общая

$\Rightarrow FK = KE$

$\Rightarrow N, K, M$ - принадлежат 1 прямой, что и требовалось доказать.

№3. 5 – простое число и кратно только 1 и 5 следовательно стоят числа 257, 253 или 251. Пусть рядом с 4 не стоит 6 тогда рядом могут стоять

единств. вар.: А как же 5 и 3? Или 7 и 5!

4:2 143 ~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ 6 ~~7~~ 8

(тогда 7 стоит рядом с 5) почему?

1436 1438

не подходит под условие => (X)

единств. вар.!

4:4 347 ~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ 6 ~~7~~ 8

(тогда 1 стоит рядом с 5)

3476 3478

не подходит под условие => (X)

~~4:2~~ ~~24~~

4:1 ~~647~~ 1 и 2 – нельзя 2 уже есть

2 и 3 – нельзя 2 уже есть

3 и 4 – нельзя 4 уже есть

4 и 5 – нельзя 4 уже есть

5 и 6 – 5 нельзя уже есть

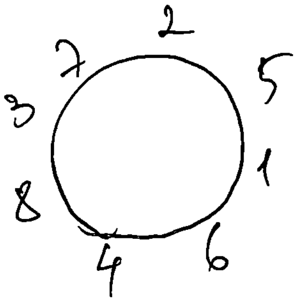
6 и 7 – 6 не стоит рядом с 4

7 и 8

~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ ~~8~~ 7486253 но 7-5 ⋮ 3 => (X)

перебор не обоснован

=> Невозможно ни одного варианта расположения совсем 4 располагал условием задачи и условием: 6 не стоит рядом с 4. Но возможен вариант, когда 6 стоит рядом с 4. На-пример:



что и требовалось доказать.

№2.

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a^2+b^2+c^2+2abc=1$$

$$2abc = 1-a^2-b^2-c^2$$

$$2\sqrt{abc} = \sqrt{4abc} = \sqrt{2-2a^2-2b^2-2c^2}$$

$$(1-b^2)(1-c^2) = (1-b)(1+b)(1-c)(1+c) =$$

$$= (1+b)(1-c)(1-b)(1+c) =$$

$$= (1-b-c+bc)(1+b+c+bc) =$$

$$= ((1+bc)-(b+c))((1+bc)+(b+c)) =$$

$$= (1+bc)^2-(b+c)^2 = 1^2-(b-c-bc)^2$$

Бланк ответов