ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101436347670

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☑ 10 ☐ 11

Фамилия НОСОВ

Имя ДАНИЛ

Отчество РОМАНОВИЧ

Дата рождения 11 02 2007

Город участия БАРНАУЛ

Аудитория 304

Телефон 89635717394

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101436347670

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☑ 10 ☐ 11

Город участия БАРНАУЛ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	5	–					
Балл члена жюри №2	20	20	20	5	–					

Итоговый балл 65

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1.

Обозначим числа $n, n+1, \ldots n+11$ - суммы по горизонталям и вертикалям. С одной стороны их сумма это $n+n+1 \ldots n+11 = 12n+66$, С другой мы два раза посчитали сумму всех чисел в таблице, т.е. $(1+2\ldots 36)\cdot 2 = 1332$,

Т.е. $12n+66=1332, \Rightarrow 12n = 1266$, но тогда $n = \frac{1266}{12}$ - число не целое, но все числа в таблице целые, а значит и n - целое.

Противоречие.

Ответ: нельзя.

Задание 2

$a_{2023}^2 \leq 2a_1 - 1$.

Предположим, что ~~мы~~ не существует i, такой что $1 \leq i \leq 2022$ и $a_i^2 \geq 2a_{i+1} - 1$, Тогда для любого i в пределе от 1 до 2022 выполняется неравенство $a_i^2 < 2a_{i+1} - 1$, Т.е.:

$a_1^2 < 2a_2 - 1$; $a_2^2 < 2a_3 - 1 \ldots\ldots a_{2022}^2 < 2a_{2023} - 1$

Сложим их:

$a_1^2 + a_2^2 + \ldots a_{2022}^2 < 2a_2 + 2a_3 \ldots 2a_{2023} - 2023$ и сложим это нерав. с тем, что дано в условии ($a_{2023}^2 \leq 2a_1 - 1$)

Получим:

$a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 \ldots a_{2023}^2 < 2a_1 + 2a_2 + 2a_3 \ldots 2a_{2023} - 2024$

$\Downarrow$

$(a_1^2 - 2a_1) + (a_2^2 - 2a_2) \ldots (a_{2023}^2 - 2a_{2023}) < -2024$

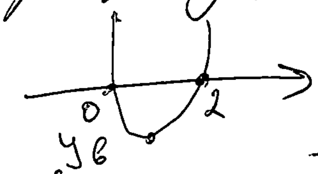
$\Downarrow$

$a_1(a_1-2)+a_2(a_2-2)\ldots a_{2023}(a_{2023}-2)<-2024$

Рассмотрим чему может быть равно каждое слагаемое $a_i(a_i-2)$: $X=a_i$

функция ~~$y=a_i(a_i-2)$~~ $y=x(x-2)$ будет достигать минимума при ~~$x=1$~~ $x=1$, что видно по графику:

$y=x(x-2)$ – парабола, ветви вверх



$y_в$, которой – минимум и равна -1

т.е. каждое слагаемое $a_i(a_i-2)\geq -1$, т.е.

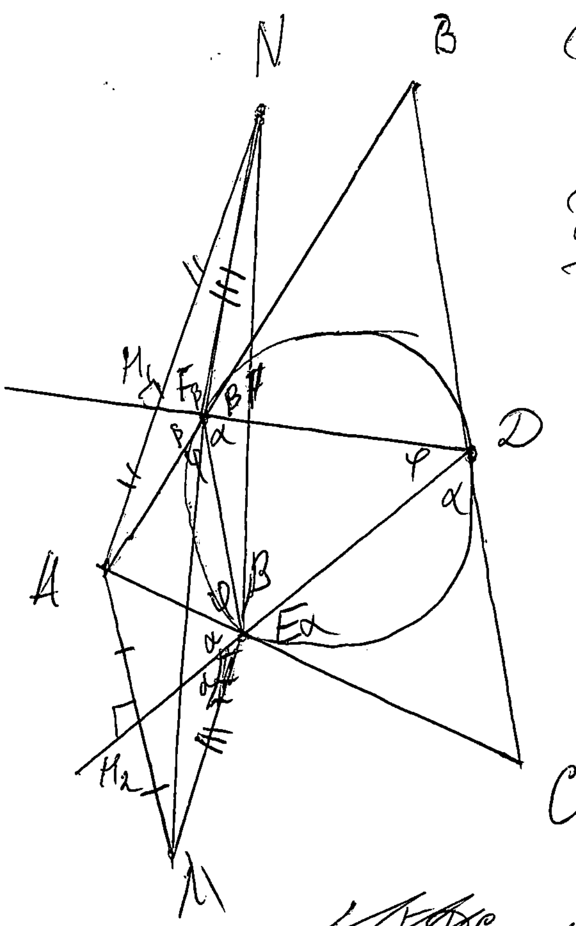
$a_1(a_1-2)+a_2(a_2-2)\ldots a_{2023}(a_{2023}-2)\geq -1\cdot 2023\geq -2023$,

но с другой стороны их сумма <-2024,

противоречие, значит такое j найдётся.

Утверждение доказано.

Задание 3



Дано: $\triangle ABC$, впис. окр. кас. в D, E, F,
A симм. M относит. DE
A симм. N относит. DF

Док-ть: $MENF$ – паралл.

Д-во: т.к. A симм. M и A симм. N, то DE сер. пер. к AM и DF сер. пер. к AN $\Rightarrow$ $\triangle ANF$ и $\triangle AEM$ – р/б (т.е. $NF=AF$ и $AE=EM$), заметим, что $AF=AE$ – т.к. отрезки касат. к окружности $\Rightarrow NF=ME$ ✓

Пусть $\angle EFD=\alpha$; $\angle FDE=\varphi$, а $\angle FED=\beta$. тогда ✓

~~$\angle EDC$~~ $=\angle DEC=\angle DFE=\alpha$; (угол между касат. и хордой и впис. угол на одну дугу) аналогично $\angle BFD = \angle FED = \beta$, $\angle FDE = \angle AFE = \angle AEF = \varphi$; $\angle AFH_1 = \angle NFH_1$ (FH_1 - биcc.) $= \angle BFD = \beta$ (вертик. углы). Аналогично $\angle AEH_2 = \angle H_2EM = \angle DEC = \alpha$.

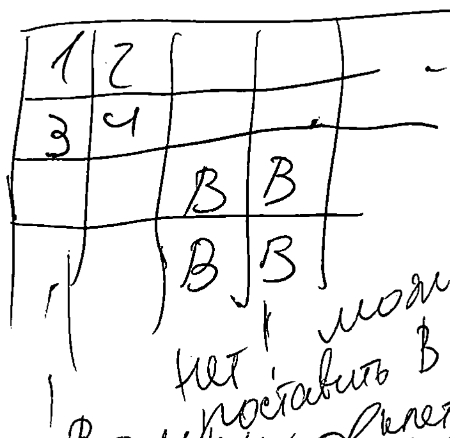
~~$\angle NFB = 360 - \angle NFA - \angle AFE - \angle EFD - \angle BFD = 360 - 3\beta - \alpha - \varphi$~~ Из $\triangle FDE$ $\alpha + \beta + \varphi = 180 \Rightarrow$ ~~$\Rightarrow \beta = 180 - \alpha - \varphi$~~

$\angle NFB = \underbrace{180}_{\alpha+\beta+\varphi} - 2\beta = \alpha + \varphi - \beta$; $\angle NFE = \alpha + \varphi - \beta + \beta + \alpha = 2\alpha + \varphi$

$\angle NFE = \angle FEM = 2\alpha + \varphi$, т.е. $NF \parallel ME$ (накрест леж. $\angle$ равны) значит $MENF$ - параллелог. т.к. $NF \parallel ME$ и $NF = ME$. Утв. доказано (+).

Задание 4.

Рассмотрим угол в квадрате

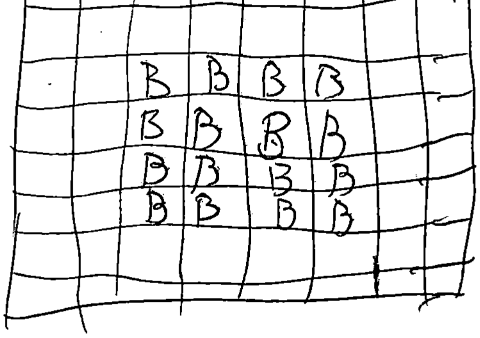


Для клеток 1, 2, 3, 4 однозначно определяется вампир, т.к. В только с одной клетки бьёт 1, 2, 3, 4

нет! можно поставить В в клетки 1, 2, 3, 4.

т.к. угла 4, то и вампиров потребуется минимум 16, но они будут бить все остальные клетки

оценка не доказана.



<Пример

пример верный

Ответ: 16 вампиров

Бланк ответов