ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101692352866

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		

Класс	☐ 8	☒ 9	☐ 10	☐ 11

Фамилия	ИЛЬТНЕР
Имя	АЛЕКСАНДР
Отчество	АЛЕКСЕЕВИЧ
Дата рождения	10 12 2008
Город участия	ЧЕЛЯБИНСК
Аудитория	229
Телефон	+79000935476

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101692352866

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☒ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 01 Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	20	0	0					

Итоговый балл 60

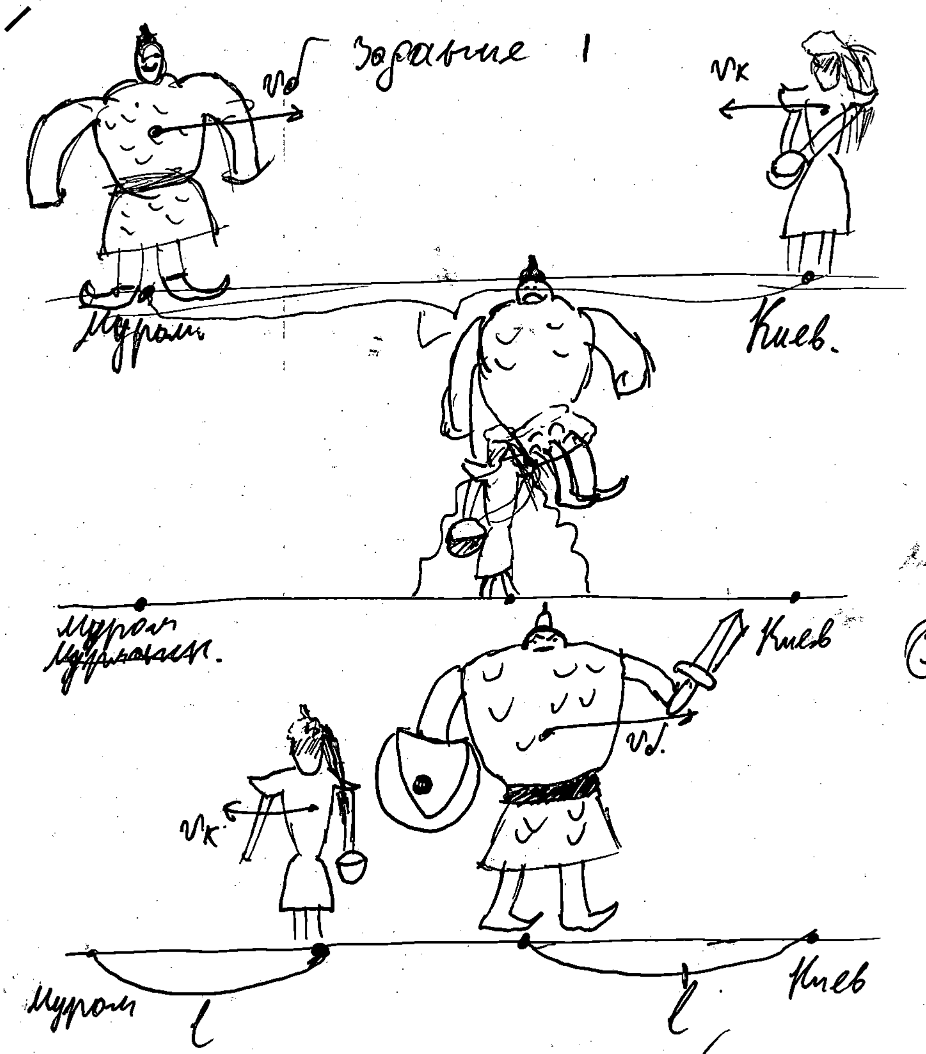
Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2 Арх

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

задание 1 Р

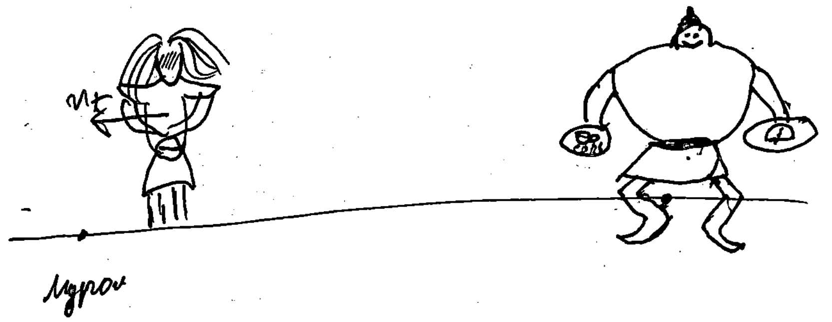


① ② спустя t...

③ 6 часов спустя...

$v_к$ - скорость красавицы $v_б$ - скорость богатыря.

④ 1 час спустя:



на момент ③ Илья Муромец и Настасья Микулишна прошли одинаковое расстояние $(L - l)$ при этом Илья Муромец шёл на 6 часов меньше.

значит: ~~$v_к t = v_б(t-6)$~~ $v_к(t+6) = v_б t$ ✓

~~если за час Илья Муромец прошел l от~~

С одной стороны Настасья Микулишна дошла до Муром за ~~$v_б t$~~ с другой это же расстояние Илья Муромец прошёл за 1 час значит.

$v_б \cdot 1 час = v_к t$

$t = \frac{v_б}{v_к}$ ✓

$v_к t = v_б(t-6)$

~~$v_б = \frac{v_б^2}{v_к} - 6v_б$~~ $7v_б = \frac{v_б^2}{v_к}$ $v_б \neq 0$ $\frac{v_б}{v_к} = 7$

$$\begin{cases} v_d t = v_k(6+t) \\ \frac{v_d}{v_k} = t \end{cases}$$

$$\frac{v_d^2}{v_k} = 6v_k + v_d \qquad v_k \neq 0$$

$$v_d^2 - v_d v_k - 6v_k^2 = 0$$

$$D = v_k^2 + 24v_k^2 = 25v_k^2$$

$$v_d = \frac{v_k + 6v_k}{2} = 3v_k \qquad v_d = \frac{v_k - 5v_k}{2} = -2v_k \text{ не подх. } (v_d, v_k > 0)$$

значит если Илья Муромец прошёл l за час

$\frac{l}{v_d} = 1$ ч.

$\frac{l}{v_k} = \frac{3l}{v_d} = 3$ ч то Настасья Микулична пройдёт его за 3 часа,

значит ~~раз~~ время между приходом Ильи Муромца в Киев и Настасьи Микуличной в Муром равно $3ч - 1ч = 2ч$

Ответ: через 2 часа.

Задача 2

$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \dots + \sqrt{a_n} = \sqrt{a_1 + 2a_2 + \dots + na_n}$$

$\frac{a_{2023}}{a_1}$ - ? $\quad a_1, a_2 \dots a_n \geq 0$

$n = 2$

$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} = \sqrt{a_1 + 2a_2}$$

$$a_1 + a_2 + 2\sqrt{a_1 a_2} = a_1 + 2a_2$$

$$a_2 = 2\sqrt{a_1 a_2}$$

$$a_2^2 = 4a_1 a_2$$

$$a_2 = 4a_1$$

$n = 3$

$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \sqrt{a_3} = \sqrt{a_1 + 2a_2 + 3a_3}$$

$$3\sqrt{a_1} + \sqrt{a_3} = \sqrt{9a_1 + 3a_3}$$

$$9a_1 + a_3 + 6\sqrt{a_1 a_3} = 9a_1 + 3a_3$$

$$6\sqrt{a_1 a_3} = 2a_3$$

$$a_3 = 9a_1$$

~~Докажем индукцией по n и докажем что если известно что $a_{n-1} = a_1 \cdot 3^{n-1}$ то и~~

~~Док~~ сократим

$n = 4$

$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \sqrt{a_3} + \sqrt{a_4} = \sqrt{a_1 + 2a_2 + 3a_3 + 4a_4}$$

$$6\sqrt{a_1} + \sqrt{a_4} = \sqrt{36a_1 + 4a_4}$$

$$36a_1 + a_4 + 12\sqrt{a_1 a_4} = 36a_1 + 4a_4$$

$$3a_4 = 12\sqrt{a_1 a_4}$$

$$a_4 = 16a_1$$

Заметим что для каждого a_n $a_n = a_1 \cdot n^2$ покажем это индукцией по n базу мы уже доказали

$$\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \sqrt{a_3} + \dots + \sqrt{a_{n}} = \sqrt{a_1 + 2a_2 + \dots + na_n}$$

$$a_1 = a_1 \quad a_2 = 2^2 a_1 \dots a_{n-1} = (n-1)^2 a_1$$

$$\sqrt{a_1} + 2\sqrt{a_1} + 3\sqrt{a_1} + \dots + (n-1)\sqrt{a_1} + \sqrt{a_n} = \sqrt{a_1 + 2^3 a_1 + \dots + (n-1)^3 a_1 + na_n}$$

$1\sqrt{a_1}+2\sqrt{a_2}+\ldots+(n-1)\sqrt{a_1}+\sqrt{a_n}=\sqrt{a_1+2^3a_1+\ldots+(n-1)^3a_1+a_n\cdot n}$

$\frac{(n-1)n}{2}\sqrt{a_1}+\sqrt{a_n}=\sqrt{\frac{(n-1)^2n^2}{4}a_1+na_n}$

~~по по~~ ~~отвар~~

$(1+2+3+\ldots+n)^2=(1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3)$ $\left(1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\frac{(n-1)^2n^2}{4}\right.$ по формуле ... $\left.\right)$

$\cancel{\frac{(n-1)^2n^2}{4}a_1}+a_n+(n-1)n\sqrt{a_1a_n}=\cancel{\frac{(n-1)^2n^2}{4}a_1}+na_n$

$a_n+(n-1)n\sqrt{a_1a_n}=na_n$

$(n-1)a_n=(n-1)n\sqrt{a_1a_n}$

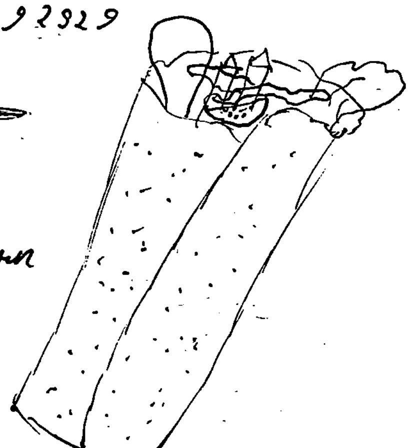
$a_n=n\sqrt{a_1a_n}$

$a_n=n^2a_1$

тогда

$a_{2023}=(2023)^2a_1$ $\frac{a_{2023}}{a_1}=2023^2=4092529$

Ответ: 4092529



Задача 3

Пусть после 1-й покупки стало $\overline{xxxy}$ денег а после 2-й $\overline{kzzz}$ денег.

$1110x+y+229=k\cdot1000+111z$

$10x\cdot111=229+1000k+111\cdot z-y$

$(10x-z)111=1000k+229-y$

$1000k\overset{111}{\equiv}104$

$k\overset{111}{\equiv}104$

$$\begin{array}{r} \overline{xxxy}\\ +\ 229\\ \hline \overline{kzzz}\end{array}$$

$y+9\ \%\ 10=z$

x мог перейти по максимуму в 1 разряд потому

$k=x$ или $k=x+1$

если $y+9\geq10$ то был переход через разр.

и $y-1=z$ ~~...~~ $x+7=z$

или если $y=0$ $z=9$ $x=7$ $k=7$ т.е. $7770+229=7999$

~~тогда~~

2-й случай
$y+1=z$
$x-7=z$
$k=x$ т.к. $x\geq 7$
$k=x+1$ $x+3\geq 10$ будет перех и пойдёт мины в k.
$x\in[0;9]$
$y\in[0;9]$
$z\in[0;9]$
$k\in[0;9]$
$k\neq 0$
$x\neq 0$

Если разница между x и z 7 то всего 3 варианта:

$z=0$ $x=7$ или $z=1$ $x=8$ или $z=2$ $x=9$
$y=\phi$ ~~$k=x+1=8$~~ $y=2$ $k=9$ $y=3$ $k=10$ - не возможно

$$\begin{array}{r} 7771 \\ +\ 229 \\ \hline 8000 \end{array}$$
~~$k=8$~~

$$\begin{array}{r} 8882 \\ +\ 229 \\ \hline 9111 \end{array}$$

получилось что после 1-го оплаты ~~цветов~~ у него может быть:
~~7770, 8880 и 999 руб тогда сначала у него было~~ 7771 8882

Сначала было T потом стало xxxy а далее ~~k~~zzz

$$\begin{array}{r} kzzz \\ +\ 229 \\ \hline xxxy \end{array}$$

Если $z=0$ перехода не будет. [если перехода не будет для конца не совпадет]

$$\begin{array}{r} k000 \\ +\ 229 \\ \hline xxxy \end{array}$$
~~$z=2$~~
$y=9$
$x=2$
$k=2$

$$\begin{array}{r} 2000 \\ +\ 229 \\ \hline 2229 \\ +\ 229 \\ \hline 2458 \end{array}$$

если $z\neq 0$ будет переход ~~к~~ x ~~$k\neq x$~~
~~$y=z-1$~~
тогда будет перех и
$x=$ ~~...~~ $+3$
$x=$ ~~...~~ $k+1$
$y=$ ~~...~~ $x-4$
тогда переберём y:

$k\neq 0$ $x\neq 0$
$z+3=10+x$
$z-7=x$
$y=z-1$
$z-8=k$
~~$x-y=8$~~
$k=x-1$ (перех. на k)
~~$x\leq y$ $x<10$~~ $y<6$

$y=0$ $x=4$ / $k=3$ $z=1$; $y=1$ $x=5$ / $k=4$ $z=2$; ~~$y=2$ $x=6$ / $k=5$ $z=3$~~; ~~$y=3$ $x=7$ / $k=6$ $z=4$~~; ~~$y=4$ $x=8$ / $k=7$ $z=5$~~; ~~$y=5$ $x=9$ / $k=8$ $z=6$~~

~~3888~~
~~+ ...~~
~~+ ...~~
~~$z=7$ $y=6$~~
~~$x=0$~~ $k=$
~~$z=8$ $y=$~~

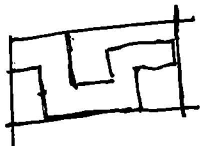
если ~~...~~ $k=z-8$ $k>0$ тогда $z>8$
~~не $z=8$, z~~ ~~переберём~~ z;
тогда $z=9$ $y=8$ $x=2$ $k=1$

$$\begin{array}{r} 1999 \\ +\ 229 \\ \hline 2228 \\ +\ 229 \\ \hline 2457 \end{array}$$

Ответ: 2457 или 2458 остальные не удовл. условиям

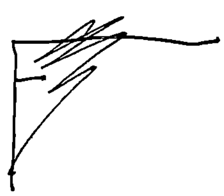
Задание 4

давайте посмотрим на уголок:



~~как бы в тёмном уголке пока его не поворачивай~~

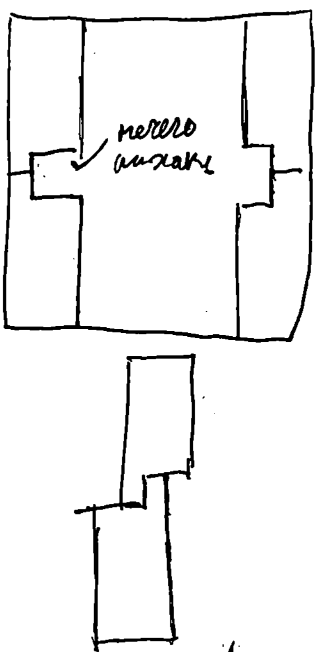
как бы мы ни поворачивали червяка в уголке к нему нельзя подуверить число чтобы не одна фигуры значит в угл может быть лишь червячка:

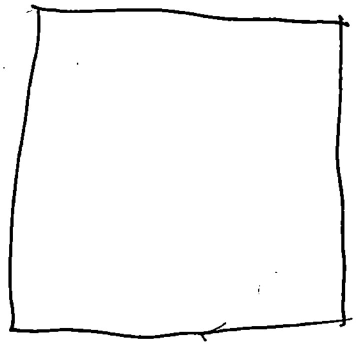


можем есть только ~~[illegible]~~ одна фигура так чтобы не оставалось пробелов при заполнении:

в углах могут стоять лишь её повороты и перевороты.

нарисуем такой квадрат. ч.т.д. это невозможно [illegible] док-во.





Задача 5