

Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия Б О Р И С К И Н

Имя И Л Ь Я

Отчество П Е Т Р О В И Ч

Дата рождения 2 6 0 9 2 0 0 6

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 5 3 2

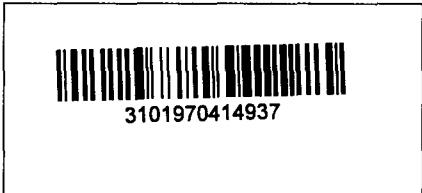
Телефон + 7 9 0 9 0 9 0 7 0 0 1

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист
Заполняется участниками

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

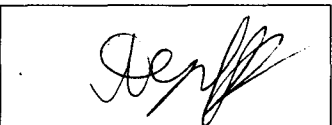
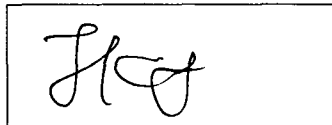
Заполняется организаторами

Количество доп. листов **Количество черновиков к проверке**
Время выхода с 13:07 до 13:09

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	5	-					
Балл члена жюри №2	20	20	20	5	-					

Итоговый балл 65

Подпись члена жюри №1  **Подпись члена жюри №2** 

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Бланк ответов

~2

$$2\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} = a\sqrt{1-b^2-c^2+b^2c^2} = a\sqrt{c^2(b^2+c^2+2abc-b^2-c^2+b^2c^2)} = a\sqrt{a^2+2abc+b^2c^2} =$$

$$= a\sqrt{(a+bc)^2} = a \cdot |a+bc|$$

т.к. a, b, c - положительные, то $a+bc > 0 \Rightarrow a \cdot |a+bc| = a \cdot (a+bc) = a^2+abc$
 Абсолютно аналогично преобразуем остальные 2 слагаемых неравенства,
 и получим, что $b\sqrt{(1-a^2)(1-c^2)} = b^2+abc$ и $c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} = c^2+abc$

Получим, что $a^2+b^2+c^2+3abc \geq 2\sqrt{abc}$

$$1+abc - 2\sqrt{abc} \geq 0$$

$$(1-\sqrt{abc})^2 \geq 0$$

т.к. $(1-\sqrt{abc})^2$ - ^{действительного} квадрат, то он не может быть отриц. ~~т.к. с л. - н~~
 неравенство доказано. †

~1

Если все 12 сумм - послед. числа, то они образуют арифмет. прогрессию
 $a, a+1, a+2, \dots, a+11$

Сумма этих членов прогрессии равна $\frac{a+a+11}{2} \cdot 12 = 12a+66$ ✓

Заметим, что каждое число в клетке встречается ровно в 2-ух
 членах прогрессии (в члене, равном сумме чисел его столбца, и в члене,
 равном сумме чисел его ряда). Из этого следует, что если сложить
 все числа во всех клетках квадрата, и разделить на 2, то мы
 получим сумму членов прогрессии $(12a+66)$

$$2 \cdot (1+2+3+\dots+15+16) = 2 \cdot \frac{1+36}{2} \cdot 36 = 37 \cdot 36 = 1332 = 12a+66$$

$$12a = 1266 \Rightarrow a = \frac{1266}{12}$$

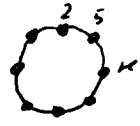
Заметим, что $\frac{1266}{12}$ - не целое число, а все члены прогрессии -
 натуральные числа, т.к. явл. суммой натуральных чисел. \Rightarrow возникает
 противоречие и след. так расставить числа эти 190 36 невозможно. †

Ответ: нельзя

~3

Заметим, что у четных чисел есть только четные делители
 (четн. числа на чет. число не делятся). Поэтому, при расстановке чисел
 по кругу, не могут создаваться ситуации: k, k, k или z, k, z , где
 z - четное число, а k - нечетное число, т.к. $k-k=z$ и $z-z=z$ ✓

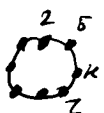
т.к. с одной стороны от матерки стоит 2-х четное число, то с другой
 стороны должно стоять нечетное число:



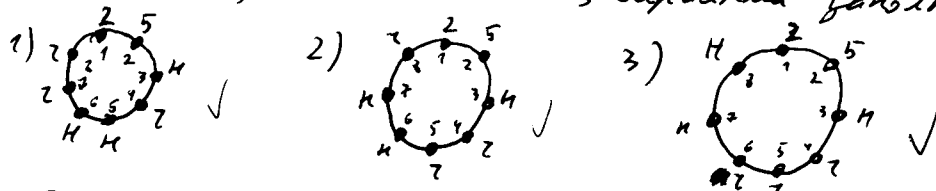


Бланк ответов

Рассмотрим четвёртое число, стоящее рядом с пятёркой: с одной стороны оно ещё имеет рядом четвёртое число $-5 \Rightarrow$ с другой стороны должно стоять четвёртое число 4 .



Останется 1 четвёртое число, 2 четвёртых числа, и дуга из 4 незаполненных мест, ограниченная 2-м четвёртым числом. Т.к. мы уже ввели, что по сторонам от четвёртого числа ~~не~~ должно стоять 1 четвёртое и 2 четвёртых числа (чтобы избежать разрывов стоящих рядом чисел более четвёртого), то остаётся 3 варианта заполнения:



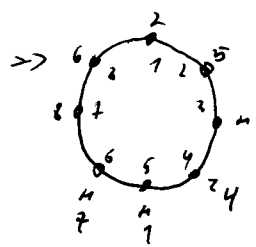
Для удобства пронумеруем точки

Обозначим для каждого случая, что 6 и 4 стоят рядом.

1) на 8 месте не может стоять 8, т.к. $8-5=3$, а 2 не делится на 3. \Rightarrow там может быть либо 4, либо 6, т.к. 2 делится на $(5-4)$ и на $(6-5)$

Тогда докажем, что на 7 месте не стоит 8,

пусть на 7 месте стоит 8, тогда на 8 месте не стоит 4, т.к. 4 не делится на $7-8-2=6$

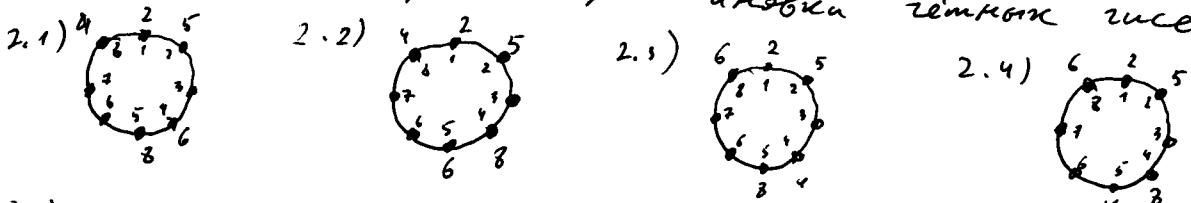


для 4 остаётся только 7 место на четв. местах могут стоять 1, 3 и 7 на 6 месте может стоять только 7, т.к. 6 не делится на $(6-1)$ и на $(6-3)$ тогда на 5 месте может стоять только 1 (7 не делится на $(8-3)$)

Но если на после этого посмотрим на ~~разрыв~~ ~~разрыв~~ места 4, 5, 6, то получим противоречие, т.к. 1 не делится на $(7-4)$

2) на 8 месте не может стоять 8, т.к. $8-5=3$, а 2 не делится на 3 \Rightarrow там может быть либо 4, либо 6, т.к. 2 делится на $(5-4)$ и на $(6-5)$

Тогда есть 4 варианта расстановки четвёртых чисел:



2.1) на 6 месте может стоять только 7, тогда на 7 месте может стоять только 1 \Rightarrow для 3 остаётся только 3 место, но 6 не делится на $(8-3) \Rightarrow$ возникло противоречие и вариант 2.1) невозможен



Бланк ответов

почему не 3? (из-за 8)

2.2) на 3 месте может стоять только 7, но тогда получится, что 7 должно делиться на (8-5), что невозможно \Rightarrow вариант 2.2) невозможен

2.3) на 3 месте может стоять только 7, на 6 месте может стоять только 3 \Rightarrow на 7 месте стоит 1

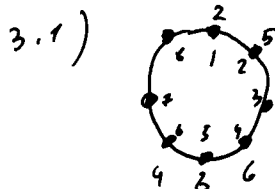
но тогда получается, что 7 должно делиться на 3, что невозможно \Rightarrow вариант 2.3) невозможен

2.4) на 3 месте может стоять только 3, на 6 месте может стоять только 7 \Rightarrow на 7 месте стоит 1

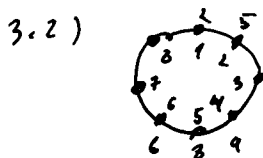
но тогда получается, что 7 должно делиться на (4-1), что невозможно \Rightarrow вариант 2.4) невозможен

Из случаев 2.1) - 2.4) следует, что числа 6 и 4 не могут стоять отдельно

3) В 3-ем случае, 4, 6, 8 стоят вместе, рассмотрим все случаи, когда 6 и 4 стоят раздельно \Rightarrow разделение 8: 4, 8, 6 и 6, 8, 4

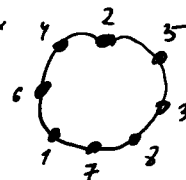


на 7 месте может стоять только 7, тогда на 8 месте должно стоять число, кратное (7-2) но оставшиеся числа: 1 и 3 не кратны 5 \Rightarrow вариант 3.1) невозможен



на 7 месте может стоять только 7 \Rightarrow на 8 месте должно стоять число, кратное (7-2) но оставшиеся числа: 1 и 3 не кратны 5 \Rightarrow вариант 3.2) невозможен

по итогу мы разобрали все возможные случаи, когда 6 и 4 не стоят вместе и доказали их невозможность, \Rightarrow 6 и 4 не могут стоять раздельно. Приведем пример, когда 6 и 4 стоят вместе: получим, что 6 и 4 всегда стоят вместе



и 4

- оборотень

X	.	.	X	X
X	.	.	X	X
X	X	X	X	.
.	X	X	X	X
.	X	X	X	X
X	X	.	X	X
X	X	X	.	X

- пример

мысленно раскрасив клетки в чёрно-белый цвет в таком порядке, получим, что оборотень бьёт либо 5 чёрных, либо 6 белых клеток \Rightarrow удобнее будет так считать количество необходимых оборотней только для чёрных или только для белых клеток, т.к. для другого цвета это будет таким же

Всего клеток 2 цвета - 32, а т.к. оборотень бьёт либо 5

клеток, то необходимо минимум 7 оборотней (5*7=35, 35>32)

нужно мин. 8 оборотней, т.к. в большой угайнике - 3 клетки, а 1 оборотень может бить только 1 клетку. Приведем пример: (см. рис.)

8*2 = 16 Ответ: 16 Неверно

