



1302248126908

Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия П О Л У Я Н О В

Имя И Г О Р Ь

Отчество А Н Д Р Е Е В И Ч

Дата рождения 2 3 1 1 2 0 0 6

Город участия П Е Р М Ь

Аудитория 1 1 5

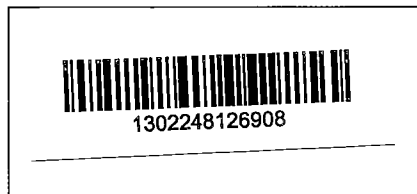
Телефон 8 9 9 2 2 0 0 8 1 2 3

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист
Заполняется участниками

Направление

<input type="checkbox"/> информатика	<input type="checkbox"/> история	<input checked="" type="checkbox"/> математика
<input type="checkbox"/> обществознание	<input type="checkbox"/> русский язык	<input type="checkbox"/> физика
<input type="checkbox"/> химия		

Класс

<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 10	<input checked="" type="checkbox"/> 11
----------------------------	----------------------------	-----------------------------	--

Город участия П Е Р М Ь

Заполняется организаторами

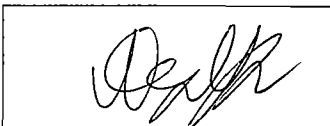
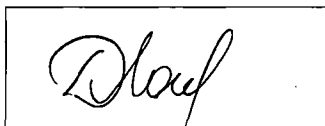
Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

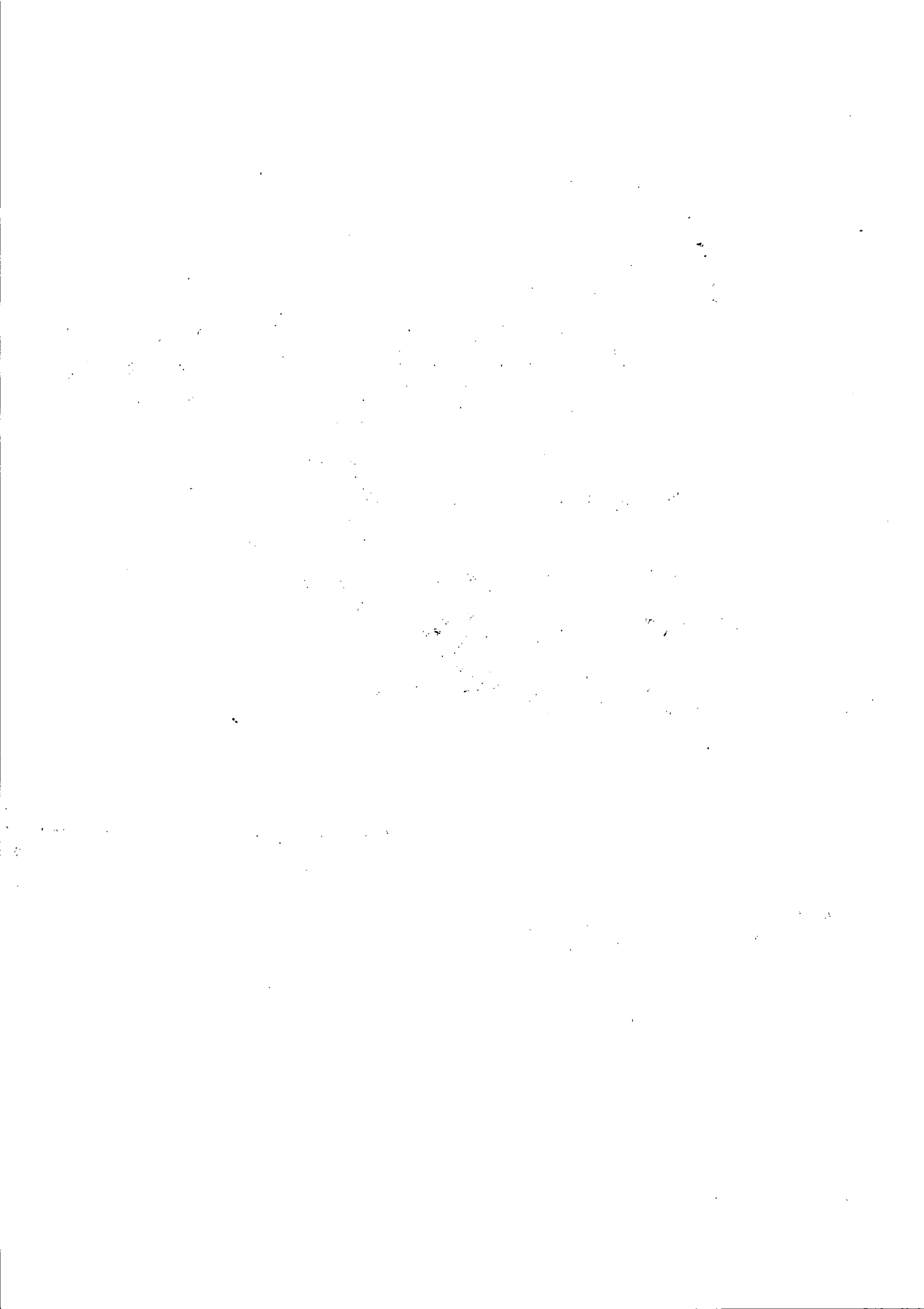
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	20	0	0					

Итоговый балл 60

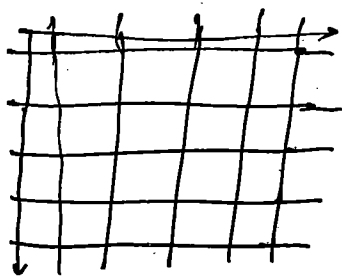
Подпись члена жюри №1		Подпись члена жюри №2	
------------------------------	---	------------------------------	---

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Задача 1



Посчитаем сумму всех чисел в квадрате:

$$\frac{36+1}{2} \cdot 36 = 37 \cdot 18 = 666.$$

Когда мы считаем 6 сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали, то получается, что их сумма - это сумма всех чисел в квадрате, умноженная на 2. ✓

Пусть $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$ - суммы по горизонтали

$a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}, a_{12}$ - суммы по вертикали.

Тогда $a_1 + a_2 + \dots + a_{12} = 2 \cdot 666$, т.к. $a_1 + a_2 + \dots + a_6 = 666$
 $a_7 + a_8 + \dots + a_{12} = 666$.

По условию $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{12}$ - 12 последовательных чисел.

~~Их сумма рав~~ $a_1 + a_2 + \dots + a_{12} = \frac{a_1 + a_{12}}{2} \cdot 12$

$$a_1 + a_2 + \dots + a_{12} = \frac{2a_1 + 11}{2} \cdot 12 = 6(2a_1 + 11) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 6(2a_1 + 11) = 2 \cdot 666$$

$$2a_1 + 11 = 222.$$

$$2a_1 = 211$$

$a_1 = 105,5$ - противоречие условию (все числа целые \Rightarrow их сумма должна быть целой).

Ответ: нет, нельзя.



Задача 2

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$$

Д-ть: $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$

Преобразуем каждое слагаемое левой части:

1) $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} = a\sqrt{1-c^2-b^2+b^2c^2} = a\sqrt{a^2+b^2+c^2+2abc-c^2-b^2+b^2c^2} =$
 $= a\sqrt{a^2+2abc+b^2c^2} = a\sqrt{(a+bc)^2} = a|a+bc| = a(a+bc)$, т.к. по условию a, b, c — положительные

2) $b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} = b\sqrt{1-a^2-c^2+a^2c^2} = b\sqrt{a^2+b^2+c^2+2abc-a^2-c^2+a^2c^2} =$
 $= b\sqrt{b^2+2abc+a^2c^2} = b\sqrt{(b+ac)^2} = b(b+ac)$, т.к. по усл-ю a, b, c — положительные

3) $c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} = c\sqrt{1-b^2-a^2+a^2b^2} = c\sqrt{a^2+b^2+c^2+2abc-b^2-a^2+a^2b^2} =$
 $= c\sqrt{c^2+2abc+a^2b^2} = c\sqrt{(c+ab)^2} = c(c+ab)$, т.к. по усл. a, b, c — положит.

Получаем:

$$a(a+bc) + b(b+ac) + c(c+ab) \geq 2\sqrt{abc}$$

Чтобы д-ть, найдём разность левой и правой части и докажем, что она неотрицательная.

$$a^2 + abc + b^2 + abc + c^2 + abc - 2\sqrt{abc} = a^2 + b^2 + c^2 + 3abc - 2\sqrt{abc} =$$

 $= 1 + abc - 2\sqrt{abc} = (1 - \sqrt{abc})^2$

$$(1 - \sqrt{abc})^2 \geq 0, \text{ т.к. квадрат всегда } \geq 0. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a(a+bc) + b(b+ac) + c(c+ab) \geq 2\sqrt{abc}$$

Ч.и.Т.Д.

+

Задача 3

25 Числа 2 и 5 стоят рядом по условию.

1) Справа от 5-ки, может стоять 7 или 1 или 3, т.к. в пределах числа от 1 до 8, 5 делится на 5 и 1. Рассмотрим все эти случаи.

1) Пусть справа от 5-ки стоит 1.

251, тогда справа от 1 может быть 4 или 6.

1.1) Пусть 4: 2514

слева: 3, 7, 4, 6

справа: 8, 3, 7 \Rightarrow справа 3: 25143

~~Тогда слева 6 или 7: слева: 7, 6~~

~~6: ~~625143~~ справа: 7, 8, 7~~

6251437 - получаем 40 сосед у 6 и 7 - это 8 \checkmark

8-2=6 - делится на 6, 8-3=5 - не делится на 7 \Rightarrow случай невозможен. ~~нельзя~~

1.2.) Пусть 6.

2516

слева: 3, 7, 4, 4

справа: 7, 4, 3, 7

1.2.1) справа 3: 25163 \Rightarrow ~~слева: 7 или 4.~~

1.2.2) справа 7: 25167 \Rightarrow

\Rightarrow слева: ~~7 или 4~~, 4, 3

справа: 8, 7 \Rightarrow невозможно \Rightarrow

\Rightarrow справа 4 \Rightarrow 25164, 644 стоят рядом. \checkmark

2) Пусть справа от 5 - 3.

253

слева: 8, 7, 4, 6

справа: 4, 6, 8, 7

Продолжение задачи 3.

253

слева: 6, 7, 4, 6

справа: 4, 6, 8, 7

2.1) справа 8: 2538

справа: 7, 1, 4, 8

2.1.1) 25387 \Rightarrow 253871 \Rightarrow 2538716 \Rightarrow сосед 6-ки - 4 \checkmark

2.1.2) 25381 \Rightarrow 253817 - справа 2 или 8, но они уже есть - противоречие. \checkmark
случай невозможен.

2.1.3) 25384 \Rightarrow 253847 - справа 3, но она уже есть \Rightarrow случай невозможен
(или 6, но это нам подходит).

2.2) справа 6: 2536

справа: 6, 4, 7, 8, 1 \Rightarrow 25364 - подходит.

25361 \Rightarrow 253617 \Rightarrow 2536178 \Rightarrow 4-сосед 8 \Rightarrow

2.3) справа 4: 2534

\Rightarrow 7-4=3 - не делится на 8 \Rightarrow
 \Rightarrow случай невозможен. \checkmark

справа: 4, 7, 1, 7

2.3.1) 25347 \Rightarrow ~~25347~~ справа 5 или 3, но они уже есть \Rightarrow невозможно. \checkmark

2.3.2) 25341 \Rightarrow справа 5 или 3, но они уже есть \Rightarrow невозможно. \checkmark

3) Пусть справа от 5-ки - 7.

257

слева: 3, 7, 4, 6

справа: 4, 6 \Rightarrow ~~257~~

3.1) 2574

справа: 6, 8, 3, 7

3.1.1) 25746 - подходит. \checkmark

3.1.2) 25748 \Rightarrow справа 6 или 3.

3.1.2.1) 257486 - нет реш-й (справа: 7, 6, 2, 5 - все заняты). \checkmark

3.1.2.2) 257483 - нет реш-й (справа: 7, 5 - все заняты). \checkmark

3.1.3) 25743 \Rightarrow 257431 - нет реш-й (справа: 4, 2 - все заняты). \checkmark

3.2) 2576

справа: 1, 4, 8, 8, 6

3.2.1) 25764 - подходит \checkmark

3.2.2) 25761 - нет реш-й (справа: 7, 5 - все заняты). \checkmark

3.2.3) 25768 \Rightarrow 257684 \Rightarrow 3257684 \Rightarrow справа от 4-1 \Rightarrow 8-1=7 - 4 не делится на 8 - случай невозможен. \checkmark

Все случаи рассмотрены, случаи в которых 4 не рядом с 6 - невозможны, \Rightarrow 4 и 6 всегда стоят рядом. \checkmark
Ч.ч.Т.Д.

Задача 4.

Приведу пример расстановки ²² 20 оборотней:

x	x	x	o	o	x	x	x
y	x	o	o	x	o	o	x
o	o	x	x	x	x	o	o
x	x	x	x	o	x	x	x
o	o	x	x	x	x	x	y
x	x	o	o	x	o	o	x
x	x	x	o	o	x	x	x

~~Докажем, что меньше нельзя~~

Приведу пример расстановки 20 оборотней

x	x	o	o	x	x	x	x
y	x	o	o	x	x	x	o
o	o	x	x	x	x	x	o
x	x	x	x	x	o	o	x
o	o	x	x	x	x	x	o
y	x	o	o	x	y	x	o
x	x	x	o	o	x	x	x

Докажем, что меньше нельзя

В каждом поле 4x4 есть по 5 оборотней

x	x		o
y	x	o	o
o	o	x	x
		x	x

Они бьют 13 клеток из 16
Оставшиеся 3 закрываются соседними полями.

Допустим мы можем заставить
всё поле 4x4, 4-мя оборотнями.

	x	x	
x	o		x
x	o	o	x
o	x	x	

В поле 4x4, каждый оборотень
бьёт самое большое - 3 клетки.
Важно, чтобы один из углов 2x2-
был полностью закрыт, ~~иначе~~

Тогда свободными, небитыми, останутся 4 клетки,
которые будут закрываться соседние поля

⇒ если каждое поле будет закрывать по 2 клетки,
то оно будет содержать: 2 + 4 - но 4x4 оборотней

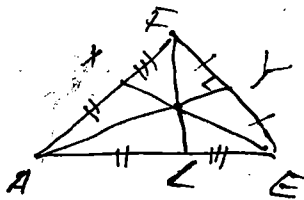
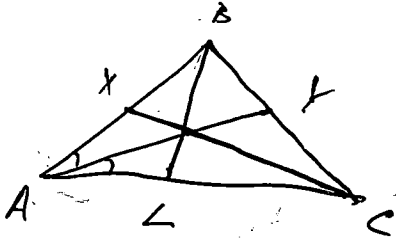
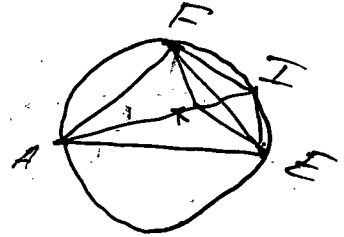
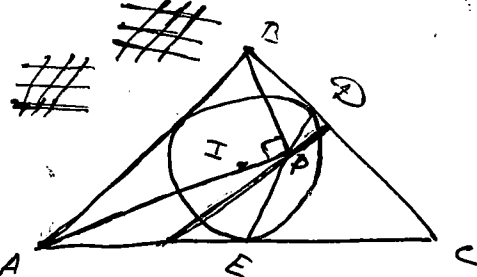
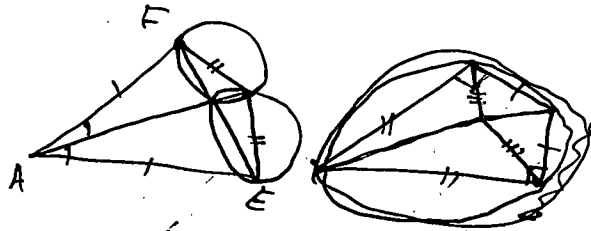
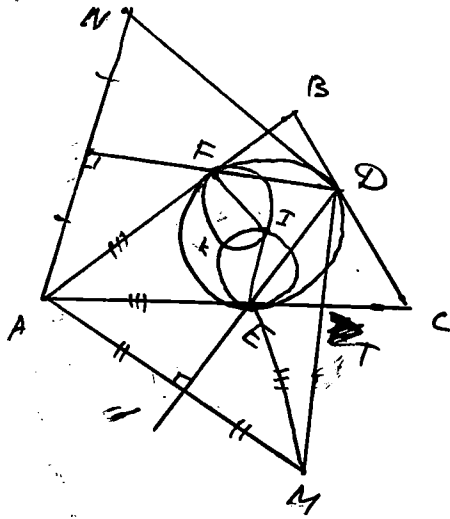
⇒ если каждое

⇒ если одно будет закрывать 3, $\Rightarrow 4 + 2 \cdot 6 + 4 = 20$

и другое 1, то $\Rightarrow 4 + 7 + 5 + 4 = 20$

Ответ: 20. Можно меньше

Задание 5.



Вокруг AFIE можно описать о-сб

$$\frac{AX}{XF} \cdot \frac{FY}{YE} \cdot \frac{EL}{AL} = 1$$

$$\frac{AX}{XF} \cdot \frac{AE}{AE} \cdot \frac{EL}{AL} = 1$$

$$\frac{AX}{XF} \cdot \frac{EL}{AL} = 1$$

$$\frac{AX}{XF} = \frac{AL}{EL}$$