ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101286106447

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия ИСКАКОВ

Имя АЛЕКСАНДР

Отчество ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 09 06 2006

Город участия КУРГАН

Аудитория 401

Телефон 89091700168

Дата 05 02 2024 **Подпись** А. Иск

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101286106447

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия КУРГАН

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	5	–					
Балл члена жюри №2	20	0	0	5	–					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

~~Задание 1.~~

~~Сумма всех чисел, которые хотят расставить в квадрат 6×6 равна:~~

~~$S=\frac{(1+36)\cdot 36}{2}=666.$~~

Задание 4.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1				O	O			
2			O			O		
3	O							O
4		O					O	
5		O					O	
6	O							O
7			O			O		
8				O	O			

Нарисую доску 8×8 (для удобства обозначу столбцы буквами и цифрами).

Т.к. оборотень закрывает клетки через одну, то становится очевидно, что клетки A1; B1; A2; B2 у оборотня не получится закрыть так, чтобы ~~один его~~ все его удары были в поле, получается, что если оборотень хочет закрыть эти 4 клетки, то хотя бы один удар будет за пределами поля. (например, если оборотень встанет на C1, чтобы ударить A1; то один удар будет за пределами поля 8×8). И так происходит со всеми клетками, которые находятся у двух краёв (т.е. клетки A1; B1; A2; B2; G1; H1; G2; H2; A7; A8; B7; B8; G7; G8; H7; H8). Получается, чтобы закрыть эти 16 клеток, у оборотня придется 16 ударов за пределами поля. Соответственно, чтобы закрыть 64 клетки, то понадобится $\frac{64+16}{5}=16$ оборотней. (Делим на 5; т.к это ~~по~~ количество клеток, сколько бьёт один оборотень). Докажу примером, что 16 оборотней смогут побить все 64 клетки (см. на рисунок)

Ответ: 16

нет замечания о том, что никакие две из этих клеток не может побить один оборотень

∓

Задание 1.

						n
						n+1
						n+2
						n+3
						n+4
						n+5
n+6	n+7	n+8	n+9	n+10	n+11	

Сумма всех чисел, которые хотят расставить в квадрат 6×6 равна: $S=\frac{(1+36)\cdot 36}{2}=666.$

Пусть сумма в первом столбце равна n (наименьшая сумма, ~~которую~~ которая будет в последовательности), тогда сумма в последнем столбце будет n+11 (т.к. хотят последовательные числа).

Получается, что сумма всех столбцов по вертикали и по горизонтали равна: $S=\frac{(n+(n+11))\cdot 12}{2}=12n+66.$

Т.к. ~~по~~ одно число входит в сумму и по вертикали и по горизонтали, то получается, $666\cdot 2=12n+66 \Rightarrow 12n=1266 \Rightarrow n=105,5$. n должно быть натуральным числом, а 105,5 не является натуральным, соответственно так расставить числа невозможно

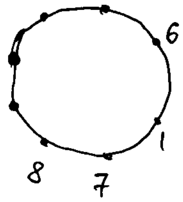
+

Ответ: нельзя.

Задание 3.

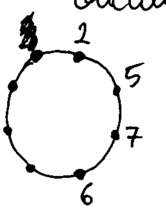
Среди натуральных чисел от 1 до 8 есть числа 1, 2, 3, 5, 7 - простые числа, которые делятся только на себя или на еденицу.

Рассмотрим первый случай, когда 7 ⋮ 7, это происходит при единственном способе, когда число 7 стоит между числами 8 и 1. ~~Пару~~ Нарисую круг



для удобства и буду дальше его рассматривать. Т.к. 1 делится только на 1, ~~значит~~ а слева стоит число 7, значит по другую сторону будет стоять число 6. Т.к. число 6 ⋮ 6; 3; 2; 1; а с одной стороны стоит 1, ~~8~~ получается, что с ~~другой~~ другой стороны должна стоять или 7, или 4, или 2, или 3. Число 7 уже занято, значит оно там не может стоять (т.к. числа повторяются по одному разу). Предположу, что с другой стороны от 6 стоит 2 (6 ⋮ 12-11), условие выполняется, но тогда ~~и~~ 2 ⋮ 2 или 1, а значит с другой стороны от 2 должны стоять или 7, или 8, а оба этих числа уже заняты, получается, что 2 возле 6 стоять не может, а значит возле 6 стоит 4 (которая удовлетворяет дальнейшим условиям).

Рассмотрю второй случай, когда 7 ⋮ 1, тогда ~~между~~ 7 стоит между числами n и n-1; рассмотрел лишь 1 из этих вар-в. Число 8 не может стоять рядом с 7, т.к.



получится, что с другой стороны от числа 7 должно тоже стоять число 7, что противоречит условию. Тогда наибольшее число, которое может стоять рядом с 7 это 6, тогда с другой стороны от числа 7 должно стоять число 5. Т.к. 5 тоже простое число, оно делится или на 1 или на 5. Если оно „захочет" делится на 1, значит с другой стороны от 5 должна стоять 6, а эта цифра уже занята, значит единственным вариантом продолжения удовлетворения условия будет число 2 (по условию сказано, что 5 и 2 стоят вместе). ~~Получается, что число 2 ⋮ 1; если число 2 „захочет" поделиться на 2, то рядом (кроме 5) должно стоять число 7, а оно занято, значит единственным продолжением удовлетворения условия будет число 4), или 3, число 7 занято, значит ставим туда 3)~~.

Т.к. число 6 ⋮ 6; 3; 1, и число 6 стоит рядом с числом 7, получается, что с другой стороны от 6 может стоять 1, или 4, или 6. Число 6 не может стоять рядом с 6 (по условию). Рассмотрим вариант, если там стоит 1, тогда 1 ⋮ 1, а с одной сторони от 1 стоит 6, значит с другой стороны должно стоять число 7, а число 7 уже зането, значит единственным вариантом поставить с другой стороны будет число 4. (6 ⋮ 17-4). Я рассмотрел все случаи постановки чисел так, чтобы они удовлетворяли условию, и получилось, что во всех случаях числа 4 и 6 стоят рядом, ч.т.д. перебор неполный

Задание 2.

Т.к. $a^2+b^2+c^2+2abc=1$ и $a>0$, $b>0$, $c>0$, получается, что

$\begin{cases} 0<a<1 \\ 0<b<1 \\ 0<c<1 \end{cases}$ $\Rightarrow$ значит числа a, b, c - это дроби, меньше 1.

$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}+b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)}+c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geqslant 2\sqrt{abc}$

Пусть $1-b^2=k^2$; $1-c^2=m^2$; $1-a^2=l^2$, тогда

$akm+bml+clk \geqslant 2\sqrt{abc}$

$abc=\frac{1-a^2-b^2-c^2}{2}=\frac{1-(1-l^2)-(1-k^2)-(1-m^2)}{2}=\frac{l^2+k^2+m^2-2}{2}$

$akm+bml+clk \geqslant \sqrt{2(l^2+k^2+m^2-2)}$, возведу обе части в квадрат, т.к. числа с обеих сторон >0.

$(akm+bml+clk)^2 \geqslant 2(l^2+k^2+m^2-2)$

$a^2k^2m^2+b^2m^2 \cdot l^2+c^2l^2k^2+2akm^2l+2ak^2mc+2bmkl^2 \geqslant 2l^2+2k^2+2m^2-4$

Бланк ответов