ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101543297643

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☑ 10 ☐ 11

Фамилия ХАБИБУЛЛИН

Имя ТИМУР

Отчество АЛЬБЕРТОВИЧ

Дата рождения 28 04 2007

Город участия УФА

Аудитория 101

Телефон 89129112972

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101543297643

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☑ 10 ☐ 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 13:43 до 13:46

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	10	0					

Итоговый балл 45

Подпись члена жюри №1 Терв

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1.

сумма всех чисел от 1 до 36 = $\frac{36\cdot37}{2}=666$

сумма сумм по рядам и столбцам, т.к. мы складываем натуральные числа ~~по порядку~~ подряд $n+(n+1)+(n+2)\ldots+(n+11)=12n+\frac{12\cdot11}{2}=$ $12n+66$, т.к. сумма всех чисел от 1 до 36 считается 2 раза получаем уравнение:

$666\cdot2=12n+66 \to 1332=12n+66 \to 1266=12n$

Противоречие. 1266 не делится на 12 без остатка, а $n\in N$ (натуральное).

Задание 2.

Допустим не существует неравенства $a_i^2\geq 2a_{i+1}-1$ тогда имеем:

$a_1^2 < 2a_2-1$

$a_2^2 < 2a_3-1$

$a_3^2 < 2a_4-1$

$\vdots$

$a_{2022}^2<2a_{2023}-1$

и по условию:

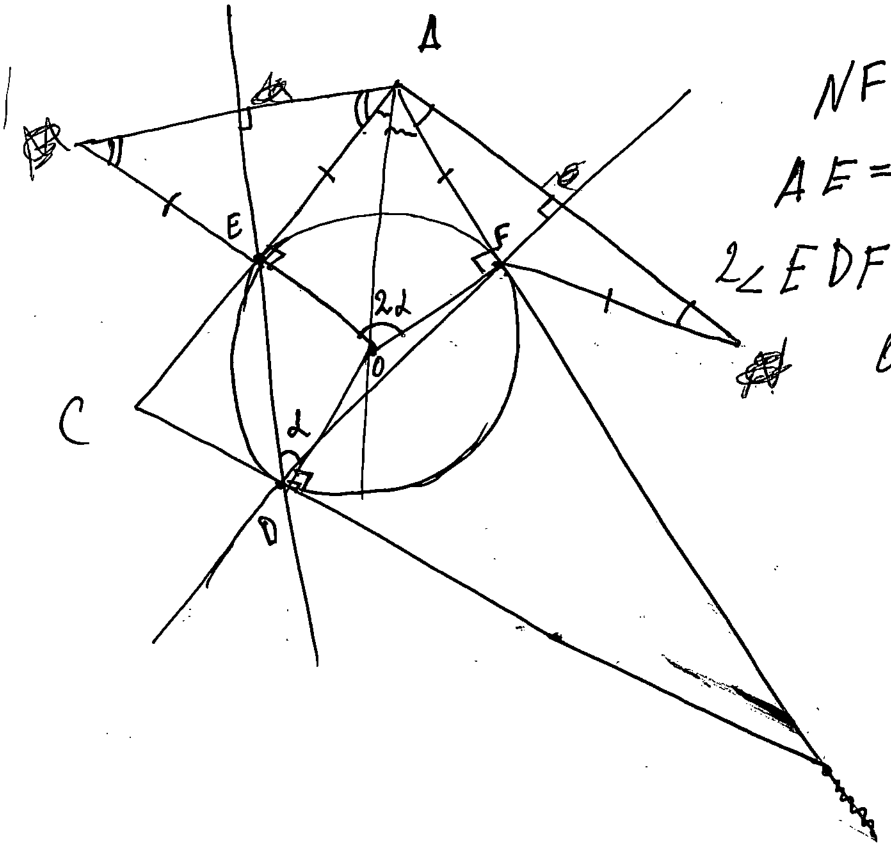
$a_{2023}^2\leq 2a_1-1$

сложим все неравенства и перенесём всё в правую часть, нетрудно заметить, что возникают полные квадраты:

$(a_1-1)^2+(a_2-1)^2+\ldots(a_{2023}-1)^2<0$, а такого быть не может. Противоречие.

Тогда хотя бы одно из неравенств $a_i^2\geq2a_{i+1}-1$ существует (выполняется) что и требовалось доказать.

Задание 3.



$NF = AF = AE$ из симметрии

$AE = EM$ из св-ва касательных

$2\angle EDF = \angle EOF$ т.к. O центр.

Задание 4.

	а	б	в	г	д	е	ж	з
1								
2								
3			В	В	В	В		
4			В	В	В	В		
5			В	В	В	В		
6			В	В	В	В		
7								
8								

~~Поставить под удар 4 клетки по углам (1а, 2а, 1б, 2б) можно лишь, когда вампиры стоят на клетках~~

Поставить под удар а1 мы можем только, если вампир туда вставет, но это нам „не выгодно" т.к. он будет бить только 3в, так, что ставим самого вампира на поле в3, ставим по такой же логике на г3 и в4 и б2.
Почему дальше это работает?
Тоже самое проделываем и с другими углами ~~[illegible]~~ симметрично центру проворачивая на 90°, ~~то~~ выходит 16 вампиров. ~~[illegible]~~ Нетрудно заметить, что красятся все клетки. Также по грубой оценке что ~~[illegible]~~ вампир бьёт 5 клеток выходит, что нам достаточно 13 вампиров, но т.к. они будут бить одни и те же места не менее 16 раз, то выходит оценка на 16 вампиров, что и показано на ~~[illegible]~~ рисунке

Задание 5.

Таких чисел бесконечно много т.к. мы всегда можем взять приятное число k с последней цифрой не 9 и ~~[illegible]~~ умножить его на $k+2$, т.к. это тоже будет приятным,
Почему?
и по ~~формуле квадратов~~ ~~разности квадратов~~ получим число: $(k+1)^2-1$, (т.к. $(k+2)k = k^2+2k = (k+1)^2-1$), если оно не является приятным, то мы можем просто увеличить k на какое-то значение, ведь ~~[illegible]~~ квадратов ~~со всеми цифрами кроме последней~~ у которых все числа нечётные кроме последней бесконечно много, т.к. $n^2 + (2n+1) = (n+1)^2$ и разряды будут изменяться.

Бланк ответов