ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101525383778

Титульный лист

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Фамилия КОРОТКОВ

Имя АРТЁМ

Отчество ДМИТРИЕВИЧ

Дата рождения 25 05 2006

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 621

Телефон

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101525383778

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	20	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	20	0					

Итоговый балл 60

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задача №1

Всего 36 чисел, их общая сумма $\frac{36\cdot(36+1)}{2}=666$, сумма 12 последовательных чисел ($n, n+1, n+2 \dots n+11$) будет $\frac{(2n+11)\cdot 12}{2}=12n+66$. Считая сумму всех 12 последовательных чисел дважды (первый раз когда оно дает вклад в сумму в столбце, а второй в сумму в строчке) тем самым сумма 12 последовательных чисел $666\cdot 2=1332$, тогда найдем n: $12n+66=1332$

$12n=1266 \Rightarrow n=105,5$, как видим n нецелое, а значит подобная расстановка невозможна

Ответ: такая расстановка невозможна +

Задача №2

$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}+b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)}+\dots$

$a\sqrt{1-b^2-c^2+b^2c^2}+b\sqrt{1-c^2-a^2+a^2c^2}+c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geqslant 2\sqrt{abc}$

~~даны~~ подставим $1=a^2+b^2+c^2+2abc$

$a\sqrt{a^2+2abc+b^2c^2}+b\sqrt{b^2+2abc+a^2c^2}+c\sqrt{1-a^2-b^2+a^2b^2} \geqslant 2\sqrt{abc}$

$a(a+bc)+b(b+ac)+c(c+ab) \geqslant 2\sqrt{abc}$

$a^2+b^2+c^2+3abc \geqslant 2\sqrt{abc}$

$+c\sqrt{c^2+2abc+a^2b^2} \geqslant 2\sqrt{abc}$

$1+abc \geqslant 2\sqrt{abc}$, помним $a^2+b^2+c^2+2abc=1$

$1+x \geqslant 2\sqrt{x}$, заменим $abc=x$, $abc>0 \Rightarrow x>0$

$x^2+2x+1 \geqslant 4x$, т.к. $1+x>0$ и $2\sqrt{x}\geqslant 0$, ~~можно возвести~~ ~~корень~~ ~~в квадрат~~ можем ~~возвести в квадрат~~

$x^2-2x+1 \geqslant 0$

$(x-1)^2 \geqslant 0$, данное неравенство верно всегда, а следовательно и исходное тоже, что и требовалось доказать. +

Задача №3

Если 2 и 5 стоят рядом, то ~~спра~~ рядом с 2 ещё может стоять только 3, 4, 6 или 7, а рядом с 5 могут стоять только 1, 3 или 7. Рассмотрим случай, когда рядом с 2 не стоит ни 4 и не 6. ~~Тогда есть~~ и предположим, что 4 и 6 не стоят рядом. ~~Так же на этих~~ Тогда есть 4 места, где могут стоять 4 и 6, на этих же четырех местах должна стоять 8, так как оно не может стоять рядом с 2 или 5. Если между 4 и 6 одно ~~свободное место~~, то возможна только конфигурация 486, так как 8 единственное четное незанятое число, но справа и слева от них могут стоять только 1, 3 или 7, но тогда и справа и слева для выполнения изначального условия должны стоять 7, что

486 доказано невозможно

7!4867!

невозможно. Если расстояние между 4 и 6 в 2 числа, тогда так как мы обязаны поставить 8, то есть 2 ситуации: 4·86 или 48·6, но в обоих случаях на месте точки должно быть четное число (так как 8−4=4 и 8−6=2), но свободных чисел четных больше нет. 4736 Видим, что если рядом с 2 стоит не 4 и не 6, то тогда 4 и 6 обязаны стоять рядом. потеряна существ. часть случаев

Рассмотрим случай когда рядом с 2 стоит 4 или 6, но 4 и 6 стоят не рядом. Рассмотрим случай, когда между 4 и 6 одно число: 524·6 или 526·4, на месте точки должна стоять 8, т.к. это единственное оставшееся четное число, но в первом варианте это невозможно, т.к. 8−2=6, а 4 не делится на 6, во втором мы получим 526847 (мы в конец можем поставить только 7, так как 1 единственный нечетный делитель 4), но тогда доведя эту цепочку рассуждений до конца получим кольцо 52684731, но оно не верно, т.к. 7−1=6, а 3 не делится на 6. Расстояние в 2 между 4 и 6 быть не может, так как 8 между ними мы поставить не можем (в предыдущем абзаце описано почему), рядом с 5 тоже не можем, а значит только 1 вариант остался: 524··68· или 526··48· у них есть по одному продолжению: 524··687 и 526··483, для 1 есть только одно положение: 5241·687 и 5261·483, и как видим последнее число в обоих случаях в свободное место не встает. Если расстояние 3 числа, то конфигурация 6·8·4 невозможна, так как на 2 точках должны стоять четные числа, 526·0840 ~~и~~ и ~~526~~ 524·0860 невозможно, так как в каждом случае на обоих выделенных местах должны стоять 3 или 7 соответственно, рядом с 5 8 стоять не может и остался последний случай 5268··4·, ~~но~~ он может продолжиться только как 52687·4·, но тогда между 7 и 4 должна одновременно стоять и 1 и 3, что невозможно, следовательно, если 2 и 5 стоят рядом, то 4 и 6 обязаны стоять рядом, что и требовалось доказать

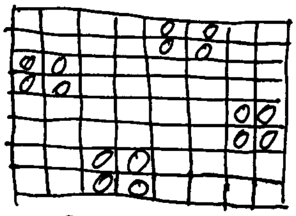
1	3	1	3	1	3	1	3
2	4	2	4	2	4	2	4
1	3	1	3	1	3	1	3
2	4	2	4	2	4	2	4
1	3	1	3	1	3	1	3
2	4	2	4	2	4	2	4
1	3	1	3	1	3	1	3
2	4	2	4	2	4	2	4

Задача №4

Выделим на поле 8×8 4 группы клеток как показано на рисунке. Видно, что если оборотень стоит на клетке 1 группы, то он бьет клетку только 1 группы, ~~оборотень на 1 бьет только 1~~, из каждой группы 16 клеток, так как оборотень стоя на клетке одной группе не может бить клетки другой, то потребуется 4 независимых набора оборотней в каждом минимум по $\frac{16}{5}=3{,}2$, то есть по 4 фигуры

Бланк ответов

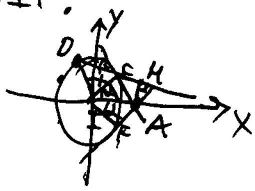
Следовательно минимум понадобится 16 осьминогов.
Пример такой расстановки: + оценка есть пример верный



Ответ: Минимум 16 осьминогов

Задача №5

Введем прямоугольную систему координат с началом отсчета в точке $I(0;0)$, ось X направим по биссектрисе $\angle EIF$.



Понимаем, что E и F симметричны IX => касательные к этим точкам пересекутся на IX.
уравнение EA: $y = kx + a$; $k = -ctg\alpha$, найдем подставив E: $\sin\alpha = -ctg\alpha \cdot \cos\alpha + a$
$a = \frac{1}{\sin\alpha}$; тогда найдем x точки A:
$0 = -ctg\alpha \cdot x + \frac{1}{\sin\alpha} \Rightarrow x = \frac{1}{\cos\alpha}$

Найдем уравнение DE:

$\begin{cases} \cos\beta \cdot k + a = \sin\beta \\ \cos\alpha \cdot k + a = \sin\alpha \end{cases}$

$(\cos\beta - \cos\alpha)k = \sin\beta - \sin\alpha$

$\cancel{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \cancel{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}} \cdot k = \cancel{2}\cancel{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}} \cdot \cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

$k = ctg\frac{\alpha+\beta}{2}$

$a = \sin\alpha - \cos\alpha \cdot ctg\frac{\alpha+\beta}{2}$

перпендикуляр к DE имеет $k = -tg\frac{\alpha+\beta}{2}$

найдем HA: $-tg\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \frac{1}{\cos\alpha} + a = 0$

$a = tg\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \frac{1}{\cos\alpha}$

найдем H:

$-tg\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot x + tg\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \frac{1}{\cos\alpha} = y$

$ctg\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot x + \sin\alpha - \cos\alpha \cdot ctg\frac{\alpha+\beta}{2} = y$

$x = \left(tg\frac{\alpha+\beta}{2} \cdot \frac{1}{\cos\alpha} - y\right) \cdot ctg\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\left(\frac{1}{\cos\alpha} - y\, ctg\frac{\alpha+\beta}{2}\right) ctg\frac{\alpha+\beta}{2} + \sin\alpha - \cos\alpha\, ctg\frac{\alpha+\beta}{2} = y$

$ctg\frac{\alpha+\beta}{2}\left(\frac{1}{\cos\alpha} - y\, ctg\frac{\alpha+\beta}{2} - \cos\alpha\right) = y - \sin\alpha$

· Задача не доведена
· Чертеж не закончен (т. M, K, N не построены)
· существ продвижений нет
−

2

Бланк ответов