ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101760958700

Титульный лист

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика
☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика
☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия КРАСИЛЬНИКОВ

Имя АЛЕКСАНДР

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 28 03 2008

Город участия УФА

Аудитория 9-101

Телефон 89874794199

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101760958700

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [x] 9 [ ] 10 [ ] 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	25	00	25	23						
Балл члена жюри №2	25	00	25	23						

Итоговый балл 073

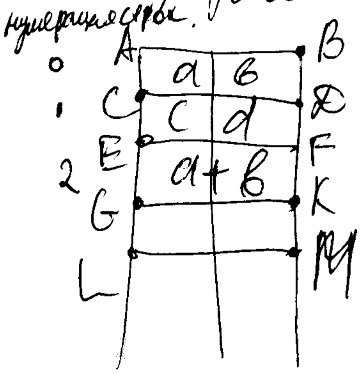
Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№1.

1) Рассмотрим некоторые два рядом стоящих столбца:



В верхних четырёх клетках (квадрате 2×2) обозначим числа, как a, b, c, d. Рассмотрим квадрат $CDGK$. Сумма в $EFGK$ = $a+b+c+d-c+d=a+b$, Аналогично сумма в $GKLM$ равна $c+d$ и т.д.

Заметим, что суммы в чётных строках — $a+b$, а в нечётных $c+d$. Т.е в нулевой строке — $a+b$, а в последней (2047) — $c+d$, При этом по усл $a+b+c+d=64$, значит сумма в двух нижних строках — 64.

2) Разделим все столбцы на пары. Пример разделения для 4×2:

1	1	2	2
1	1	2	2

В верхних и нижних строках каждой пары сумма равна 64. Таких пар $\frac{512}{2}=256$. Значит сумма в этих клетках равна $256 \cdot 64$.

3) Аналогично сделаем для строк в нулевой — $a+b$, в ~~2047~~ 511 — $c+d$.

Т.к угловые клетки уже посчитаны, то осталось $2048-2=2046$ строк. Пар — $\frac{2046}{2}=1023$. Сумма — $1023 \cdot 64$. Сумма всех чисел по краю —

$1023 \cdot 64 + 256 \cdot 64 = 64 \cdot 1279 = 81856$.

25 б

Ответ. 81856.

+

№4.

1) Разложим число 101 на простые множители:

$\sqrt{101} \approx 10$

$101 \not\vdots 2$

$101 \not\vdots 3$

$101 \not\vdots 5$

$101 \not\vdots 7$

$101 \not\vdots 11$

101 - простое. ⊕ 4 б

$101 = 1 \cdot 101$ Значит разложение единственное - 1 и 101

2) Пусть число с максимальной красотой X, то

$X = p_1^{a_1} \cdot p_2^{a_2} \dots p_n^{a_n}$, где $p_1, p_2 \dots p_n$ - некие простые числа

$a_1; a_2; a_n \in \{0; 1; 2 \dots\}$, тогда каждый из простых делителей входит в число a со максимальной степенью или нулём*. Число в однозначно задаётся числом a $\left(\frac{X}{a}\right)$. * Иначе $(a, b) \neq 1$

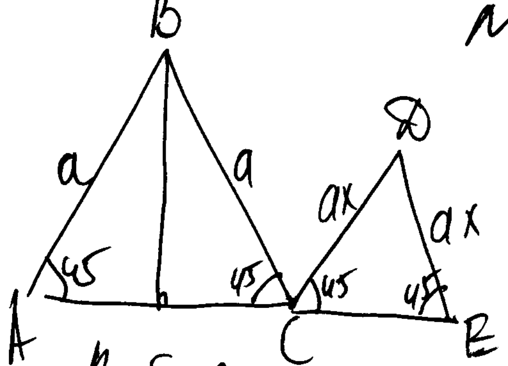
Итак вариантов числа a 2^n, где n - количество различных простых делителей числа X. Значит нужно найти $X < 1024$ с наиб. кол-вом простых делителей. Если у числа X пять делителей, то $X \geq 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 > 1024$, Значит у X меньше 5 делителей $X = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$ - пример для 4 делителей. Значит вар-ов a -

$2^4 = 16$

⊕ 19 б

Ответ. 16.

№2.



$\triangle ABC \sim \triangle CDE$ по 2 углам

1) ~~Площадь~~ Пробаленность поверхности гор равна $a+a+ax+ax =$

$= a(2+2x) = 2a(x+1) = 4096$

$a = \frac{4096}{2(x+1)}$

2) $S_{ABC} = h \cdot AC = \cancel{\frac{a^2}{4}} \frac{1}{4} a \cdot \sin 45 \cdot 2a \cdot \cos 45 = \frac{a^2}{2}$

$S_{CDE} = \frac{a^2 \cdot x^2}{2}$

3) $S_{сум} = S_{ABC} + S_{CDE} = \frac{a^2 \cdot x^2}{2} + \frac{a^2}{2} = \frac{a^2}{2}(x^2+1) =$

$= \frac{4096^2}{8(x+1)^2}(x^2+1) = \frac{2^{21} \cdot (x^2+1)}{(x+1)^2} = 2^{21} \cdot \frac{x^2+1}{(x+1)^2} =$ Пусть $y = (x+1)^2$, то

$\cancel{y} = 2^{21} \cdot \frac{y-2x}{y} = 2^{21} \cdot \left(1 - \frac{2x}{y}\right) = 2^{21} \cdot \left(1 - \frac{2x}{(x+1)^2}\right)$

$1 - \frac{2x}{(x+1)^2} \leq 1$

$1 - \frac{2x}{(x+1)^2} = 1$, т.е. $S_{сум\ min} = 2^{21} \cdot (1-0) = 2^{21} \cdot 1 = 2^{21}$
$\lim x \to \infty$

⊖ 0б

№3.

Пускай нам нужно каждый раз выбирать либо положить фишку и остаться на текущей лунке либо ничего не класть и перейти к следующей лунке. Всего 18 раз мы положим фишку в лунку и останемся в ней. И всего 23 раза ничего не поставив перейти к следующей лунке. Всего получается мы делаем 41 „выбор". Узнаем сколько вариантов, когда 18 из них положить. Их ровно:

$$\frac{41!}{(41-18)!\cdot 18!} = \frac{41!}{18!\cdot 23!}$$ порядок выбора не важен

(+) 25б

Ответ. $\cancel{\frac{41!}{41-18}}$ $\frac{41!}{18!\cdot 23!}$