ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101564298318

Титульный лист

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [x] 10 [ ] 11

Фамилия АХМЕТШИН

Имя РАДМИР

Отчество АЗАТОВИЧ

Дата рождения 25 10 2006

Город участия УФА

Аудитория 101

Телефон 89173543288

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101564298318

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [x] 10 [ ] 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 3 Количество черновиков к проверке

Время выхода с 13:40 до 13:42

Протокол проверки
Заполняется жюри

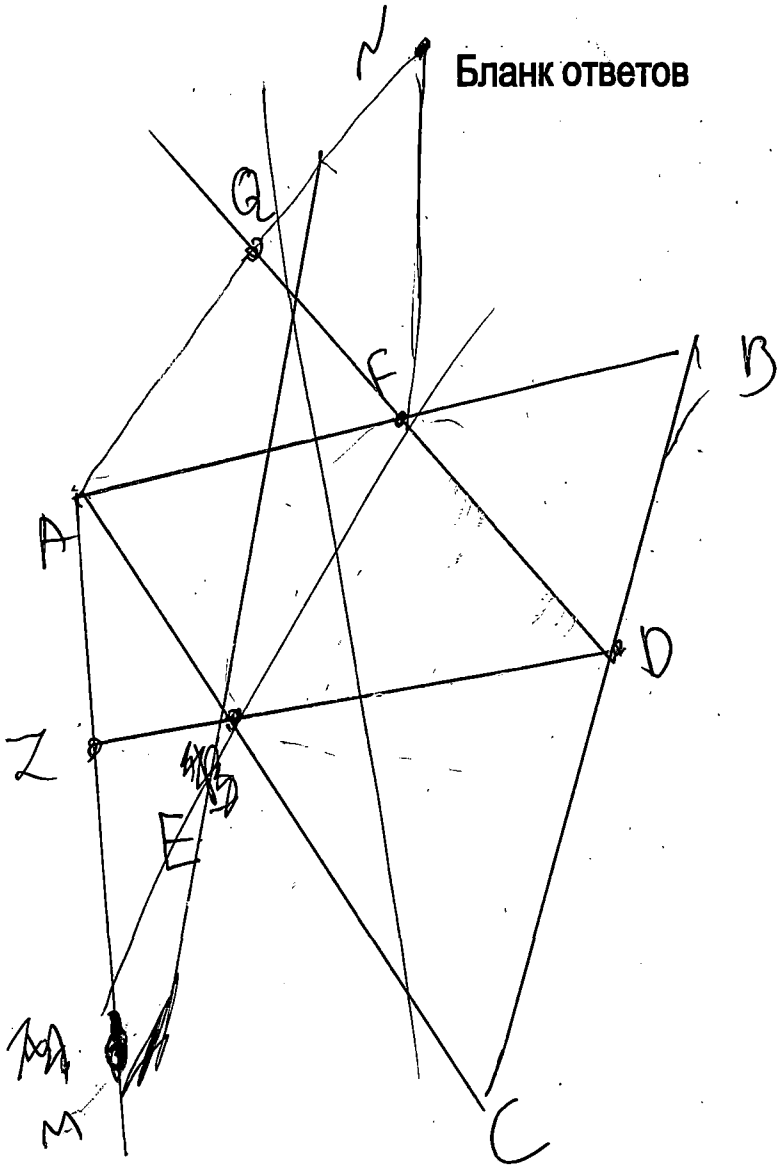
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	20	0					
Балл члена жюри №2	10	20	20	20						

Итоговый балл 75

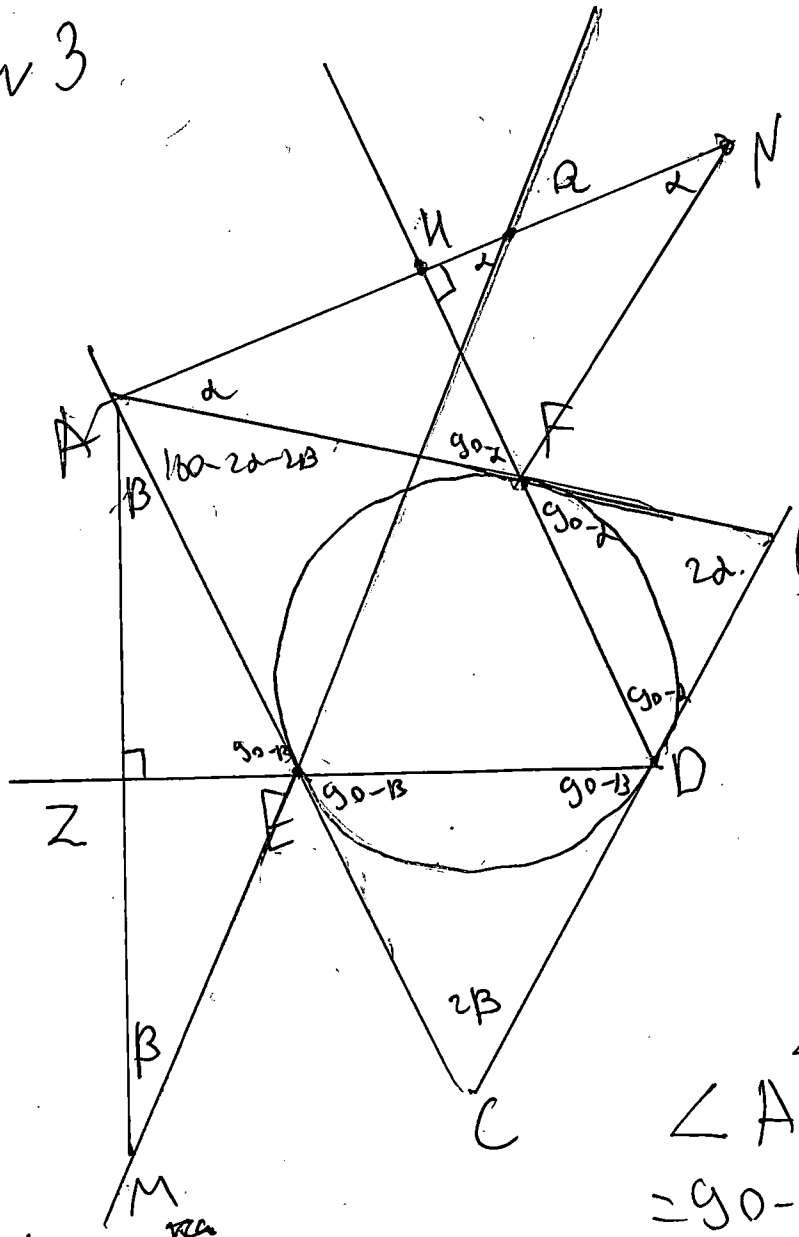
Подпись члена жюри №1 Тер

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0


N
Q
F
B
A
D
Z
E
M
C

№ 3



$\angle AHF = 90 = \angle FHN$

$AF = FN$;

$\angle ANF = \angle NAF = \alpha$

$\angle AFH = \angle HFN$ (в силу сим. A и N)

А аналогично в силу симметрии A и M.

$\angle AZE = 90 = \angle MZE$

$\angle MAE = \angle AME = \beta$

$\angle AEZ = \angle ZEM$.

~~$\angle ZEM$~~

$\angle AEZ = 90 - \angle ZAE = 90 - \beta = \angle CED$ (как верт.)

$\angle AFH = 90 - \angle FAH = 90 - \alpha = \angle DFB = 90 - \alpha$ (как верт.)

$AE = AF \Rightarrow$ ~~$\angle EAF$~~ ка

~~$CE = ED$~~ $CE = CD$ (касат. равны)

$BF = BD$

$AE = EM = AF = FN \Rightarrow EM = FN$ ✓

$\triangle CER$ – р/б ($CE =$ ~~ED~~ CD) $\Rightarrow$

$\angle CED = \angle EDC = 90 - \beta \Rightarrow \angle ECD = 180 - (90 - \beta) \cdot 2 = 2\beta$

$\triangle FBD$ – р/б ($BF = BD$) $\Rightarrow$

$\angle DFB = \angle FDB = 90 - \alpha \Rightarrow \angle FBD = 180 - (90 - \alpha) \cdot 2 = 2\alpha$

$\angle CAB = 180 - \angle ACD - \angle CBA = 180 - 2\alpha - 2\beta \Rightarrow$

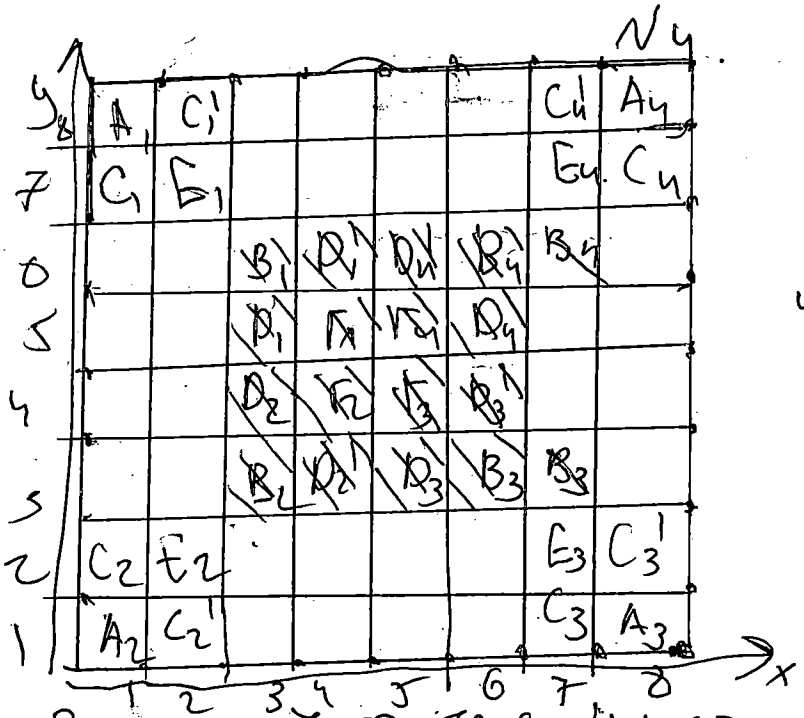
$\angle MAQ = 180 - 2\alpha - 2\beta + \alpha + \beta = 180 - \alpha - \beta$

$\angle MQA = 180 - \angle MAQ - \angle AMQ = 180 - 180 + \alpha + \beta - \beta = \alpha \Rightarrow$

$QM \parallel NF$ (накр. лежащ. углы равны) $\Rightarrow$

$MENF$ – парал (две стороны равны и они не параллельны).

ч.т.д.



Заметим, что ~~через~~ нет 2 клетки C_1 есть единств. клетка через 1 клетку это D_1 (C_1') Вампир должен стоять на C_1 или D_1

Аналогично на D_1' или C_1';

C_2 или D_2; C_2' или D_2'; C_3 или D_3; C_3' или D_3'

C_4' или D_4'; C_4 или D_4 должен стоять $\Rightarrow$

~~Значит~~ Вампиров не меньше 8 (как не существует вампира который подходит для ~~2~~ 2 клеток сл) +

Заметим, что крайнюю клетку ~~может~~ можно победить только когда вампир стоит на клетке B_1 или на A_1 (B_1 это единственная клетка, которая через 1 клетку по диаг. ЮГА)

Аналогично доказывается A_2, A_3, A_4 вампир должен стоять на B_2, B_3, B_4 соответственно.

(~~Картинка~~ Можно повернуть, чтобы попало на A_1)

Либо стоять на A_1; A_2 A_3; A_4 вампиры $\Rightarrow$

~~как минимум 4 вампира~~

аналогично на A_2 или B_2; A_3 или B_3; A_4 или B_4 должен стоять Вампир ⇒ Вампиров не ~~более~~ менее 4.

Введем систему координат

Вампир который бьет клетку A_i не может быть C_i и C_i' (~~Если все~~ Соседние клетки Вампир быть не может коорд. которые отличается по одной из осей как минимум на 6.) ⇒ +

Вампиров не ~~более~~ менее 12.

~~Рассмотрим~~ ~~и~~ ~~Или~~ (Предположим, что может быть какие ГО A_i или C_i или C_i', то местоположения Вампира где может быть у A_i или C_i или C_i' должны совпадать. ~~Ну~~ А у нас не какие 2 места для точек A_i или C_i или C_i' не совпадает ⇒ изн. допущение не верно.)

Клетку E_1 можно победить когда Вам ~~на~~ стоит на нет или на $Г_1$ (только $Г_1$ через 1 клетку по диагонали.) ⇒ Вампир стоит на E_1 или на $Г_1$.

Аналогично на E_2 или $Г_2$; E_3 или $Г_3$; E_4 или $Г_4$. ⇒ +

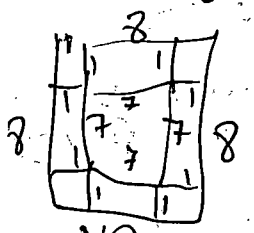
Также местоположение Вампиров для E_i где могут стоять для клеток не перес. ~~Е~~ с C_i или C_i' или A_i ⇒ Еще надо как минимум 4 Вампира (~~мы ед.~~ Если ~~мест~~ где миним. мест E_i и A_i или C_i или C_i' не перес. несущие совует Вампира которые бьет их одновр. (Если да, то будет допустим ~~ГО~~. Для ~~общности~~ общности для какой-то клетки E_i и G_i. ~~Тогда у нас~~ Тогда для G_i сущ. еще ~~4 то на~~ 3 мест. куда поставить Вам. (прогав) ⇒ изн. допущение не верно.)

+

Ванпиров не менее 4+3+4=16.

Пример. Ванпиры стоят на всех B_i, D_i, D_i'; ~~Е~~ $Г_i$. (на рисунке заштр. клетки где должны стоять Ванпиры.)

Все вместе (B_i; D_i', D_i) бьет вот такую фигуру (как минимум)



Все $Г_i$ бьют из оставшегося также выразить часть. (поле обл. гот. фиг.) и они обнесут квадрат чтобы свернуть пакт. [□] такие фигуры ⇒ Получается бьет все клетки

Ответ: 16

№1.

Предположим, что такое может быть. (аналог. такие $x; x+1; x+11$)

Пусть будут числа x; $x+1$; $x+2$; ... $x+11$ где $x \in N$ как писались N ⇒ сумма N чисел натуральн.

сумма диаг. и столбцов.

$x+x+1+x+2+\ldots+x+11 = \frac{x+x+11}{2} \cdot 12$ (сумма ар. прогр.)

Заметим, что каждое число в таблице в сумме встречается по 2 раза. ~~Тогда~~ В диагонали и столбце. (Естеств. где то встреч. Пусть у любой диагонали будет в столбце ∃ столбцы перес. (такого не может быть с строками также.) (~~всем~~ с строками также.) противн.)

Если сложить сумму всех диагоналей и ~~квад~~ столбцов. Это будет равн удвоенной сумме цифр 10+1 ср 36. (каждое число

отличается по 2 раза)

$1+2+\ldots+36=\frac{36+1}{2}\cdot 36$ (~~сумма арифм~~ $\frac{n(n+1)}{2}$, где $n=36$)

$\frac{36+1}{2}\cdot 36\cdot 2=\frac{2x+11}{2}\cdot 12$

$\frac{37\cdot 36}{6}=2x+11$

$37\cdot 6=2x+11 \Rightarrow$

$x=\frac{37\cdot 6-11}{2}$ ~~$\in N$~~ $x=105{,}5$

$x=116{,}5 \notin N$

$x=37\cdot 3-\frac{11}{2}$ — это не N число (как 11 на 2 не делится) $\Rightarrow$

Поэтому такого x — не существует. $\Rightarrow$

Изначальное допущение не верно

Ответ: нет

№1

Предположим, что не существует. $\Rightarrow$ Такого $a_i^2 \geq 2a_{i+1}-1$

$a_i^2<2a_{i+1}-1$.

~~$2a_1 \leq \frac{a_1^2+1}{2}<a_1$~~ $\frac{a_i^2+1}{2}>a_i$ (как $a_i^2>0$, $1>0$) $\Rightarrow$

$a_i \leq \frac{a_i^2+1}{2}<a_{i+1} \Rightarrow a_{i+1}>a_i \Rightarrow$.

$a_1<a_2<a_3<a_4<a_5<a_6<\ldots<a_{2023} \Rightarrow$

$a_1<a_{2023}$.

$\frac{a_{2023}^2+1}{2} \leq a_1<a_{2023} \Rightarrow$

~~$a_{2023}^2+1<2a_{2023}$~~

$a_{2023}<\frac{a_{2023}^2+1}{2}$ (Коши $a_{2023}^2>0$; 1.)

~~Откуда?~~

$a_{2023}<\frac{a_{2023}^2+1}{2}<a_{2023} \Rightarrow$

$a_{2023}<a_{2023} \Rightarrow 0<0$ (противоречие). Такого не может быть. Значит изначальное допущение не верно. Существует ч.т.д. ~~Ответ: нет~~ $a_i^2 \geq 2a_{i+1}-1$ ч.т.д.

№5.

Предположим, что множество пар. Такие конечно. ~~Рассмотрим наибольшую~~ наиб пару с наибольшим числом. ~~Умаяя общности это будет~~ b. $a \cdot b = c$. Существует наиб

~~Если мы сделаем~~ так

~~Чтобы число когда мы считали~~

~~Рассмотрим~~ Рассмотрим число ~~1 в к~~ которое не входит в группу, но есть

Существует наибольшее число b. Умаяя общности $\Rightarrow$ у ∂ b макс. кол-во знаков: Все числа ~~больше~~ b у которых знаков больше чем b не подходят. Пусть у числа b n знаков. Тогда ~~для его пары которое образует~~ b a – это число которое с b образ. – хорошее. У него тоже n знаков. (a и b приятны

Дополнительный лист № 3

Тогда ~~(10b+1)(10a+1~~ ~~числа (100b+1)~~ – хорошее и ~~(100a+1) хорошее~~ (добавим в конце две 1)

~~(100b+1)(100a+1) = 10000ba+a+b+1~~

в конце нечет. число. кол-во цифр. будет. $n+4$ ~~– нечет. кол-во цифр.~~

Мы рассматривали из наиболь (также мы рассмотрим пару a и b наиб. где последние цифры. a+b. дают 9.)

Нет противоречия.