ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302927267587

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	■ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Фамилия ЮРЧЕНКО

Имя ЕЛИЗАВЕТА

Отчество СЕРГЕЕВНА

Дата рождения 19 05 2006

Город участия ТЮМЕНЬ

Аудитория 409

Телефон +79291613750

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302927267587

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия ТЮМЕНЬ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 1 Количество черновиков к проверке

Время выхода с 13:40 до 13:46

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	–	20	20					
Балл члена жюри №2	20	20	–	20	20					

Итоговый балл 80

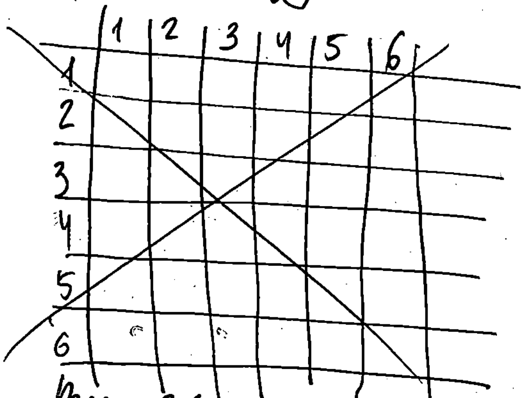
Подпись члена жюри №1 **Подпись члена жюри №2**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задача №1

В клетках ~~на~~ квадрата 6х6, я считаю, что можно ~~нельзя~~ расставить числа от 1 до 36 ~~так~~ и чтобы в сумме по горизонтали и в сумме по вертикали в некотором порядке 12 последовательных чисел.

~~Приведу пример~~: Если это возможно сделать, тогда сумма шести чисел по осям вертикали и горизонтали (сумма от 1 до 36). Тогда сумма по оси вертикали и по оси горизонтали $= \frac{36\cdot37}{2}$, тогда сумма 12 чисел: (a_1 - наименьшее число, р - по прогрессии мы получим.



Всего 36 чисел

$\frac{a_1+a_{12}}{2}\cdot 12 = 36\cdot37 = 1332 \Rightarrow$

$1332 = 6\cdot(a_1+a_{12})$

$222 = (a_1+a_{12})$, $a_1 = 105{,}5$, а тогда

из этого следует, что a_1 - должно быть целым числом, что $a_1+a_2+11=222$ складываем только целые числа, т.к. нет горизонтальным и вертикальным по осям полученный ответ $a_1 = 105{,}5$ противоречит условию задачи. Тогда мы можем сделать ~~вывод~~, что нет

+

Ответ: нет,

Задача №2

$a; b, c$ - положительные $a, b, c > 0$

$a^2+b^2+c^2+2abc = 1$ (Замена), по условию)

$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$

$\sqrt{(1-b^2)\cdot(1-c^2)} = \sqrt{(1-b^2-c^2+b^2c^2)}$

~~За~~ Сделаем замену цифры „1" согласно условию задачи, тогда: $\sqrt{a^2+b^2+c^2+2abc} = \sqrt{a+b\cdot c)^2} \Rightarrow \sqrt{(a+bc)^2} = a+bc$

далее: $c\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} = ac+b$

$\sqrt{(1-a^2)(1-b)^2} = c+a\cdot b$

Из этого мы получаем следующее неравенство

$a(a+bc)+b(b+ac)+c(c+ab) \geq 2\sqrt{abc}$

$a^2+abc+b^2+abc+c^2+abc \geq 2\sqrt{abc}$

$a^2+b^2+c^2+2abc+abc \geq 2\sqrt{abc}$

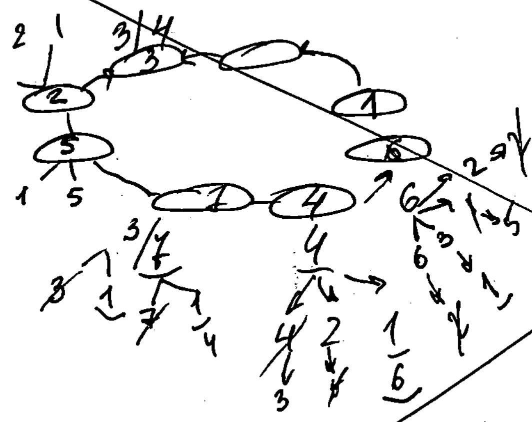
Согласно замене, мы получим:

$1+abc \geq 2\sqrt{abc}$ По неравенству Коши

+

Ответ: доказано

Задание 3



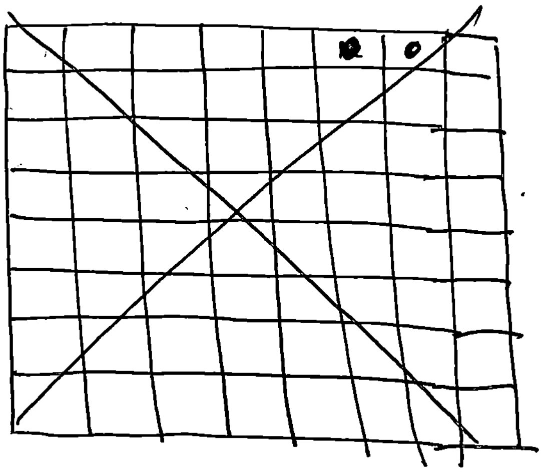
~~Запишем натуральные числа:~~

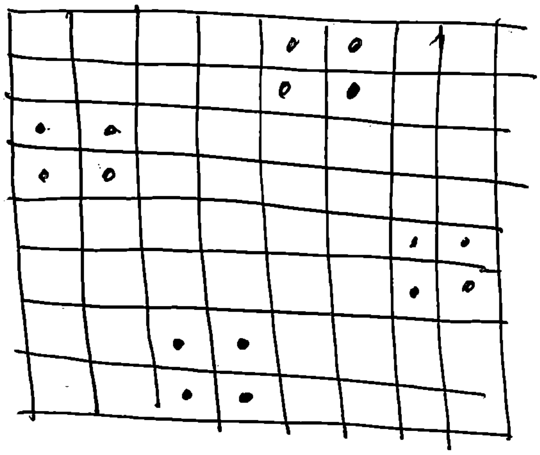
~~1 2 3 4 5 6 7 8~~

~~Предположим, что 2 и 5 стоят рядом и докажем, что числа в данной последовательности 4 и 6 находятся рядом~~

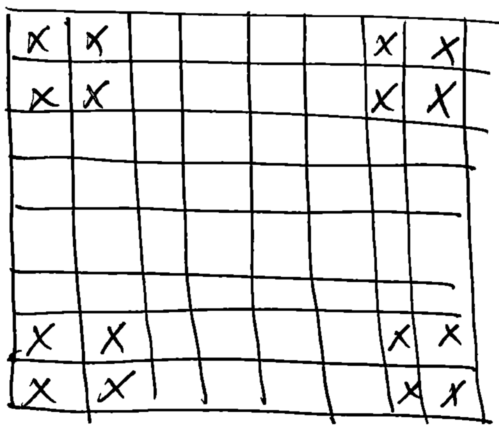
Задача 4

Пример:





Оценка



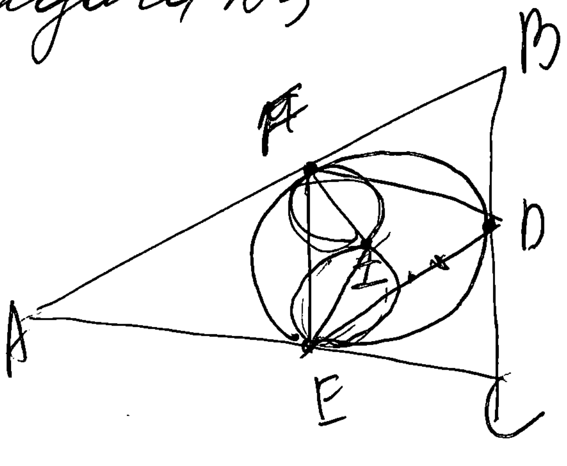
~~На~~ Возьмем 4 квадрата по углам 2Х2; для каждого такого квадратика нужен 1 оборотень, которой будет быть, так же нужно учитывать что этот оборотень не может быть более одной клетки из угловых =>

Оборотней как минимум должно быть больше или равно 16

+

Ответ: 16

Задача №5



См. дополнительный №1

…олнительный лист №1

1.к $K \in$ окружности, построенной как на диаметре так и на $IE \Rightarrow \angle EKI = 90°$, так же и с окружностью и диаметром $IF \Rightarrow \angle IKF = 90°$

т.к $\angle EKF + \angle IKF = 180° \Rightarrow K \in FE$ √

2) Пусть $X = AM \cap DF \Rightarrow AX = XN$ – согласно симметрии

$Y = AM \cap DE \Rightarrow AY = YN$ → так же согласно симметрии

3) $K \in MN \Rightarrow$ середина AK лежит на XY т.к XY средняя линия $\triangle AMN \Rightarrow XY \parallel MN \Rightarrow$ при гомотетии с коэффициентом 2:

$X \to N$

$Y \to M$

~~$XY \to M$~~

$AK \to K$

4) ( ) $AXKY$ – параллелограм

Пусть $\angle A = \angle 2\alpha$

$\angle B = \angle 2\beta$

$\angle C = \angle 2\gamma$

4.1. Т.к $X = AN \cap DF \Rightarrow AX \perp DF$ – согласно симметрии

$AY \perp DE$

$\Rightarrow AXFK$ → вписан

$AKEY$ → вписан

4.2 $\angle BFD = \angle FDB$ т.к $\overset{F}{\underset{\sim}{N}}B = BD$ (как отрезки касательных)

$\angle BFD = \frac{180 - 2\beta}{2} = 90 - \beta$ (сумма углов в $\triangle BFD$)

$\angle BFD = \angle XFA$ (как вертикальные)

$\angle XAF = 90° - \angle XFA = \beta$

$\angle KAF = \angle XKF$ (опираются на одну дугу)

См оборот. сторону листа №1

$\angle XKA = 90° - \angle XKF = 90° - \beta$

Аналогично с $\angle C \Rightarrow \angle YAE = \gamma$

$\angle AKY = 90° - \gamma$

4. 3 $2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 180°$ (по сумме углов в $\triangle ABC \Rightarrow$

$\alpha + \gamma = \frac{180 - 2\beta}{2} = 90 - \beta \Rightarrow \angle YAK = \angle AKX \Rightarrow YA \parallel XK$

$\alpha + \beta = \frac{180 - 2\gamma}{2} = 90 - \gamma \Rightarrow \angle YKA = \angle XKA \quad AX \parallel KY \Rightarrow$

$\Rightarrow AXKY$ параллелограм

5) Пусть $XY \cap AK = L$ т.к $AX = KY$ - параллелограм $\Rightarrow$

$AL = LK \Rightarrow$ середина $AK \in XY$

ч.т.д