

Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия БАЛОВ

Имя АНТОН

Отчество АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 25 01 2006

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 465

Телефон 89655325455

Дата 05 02 2024

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист
Заполняется участниками

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Город участия Е К А Т Е Р Ц И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

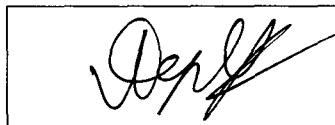
Количество доп. листов 0 Количество черновиков к проверке 0
 Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

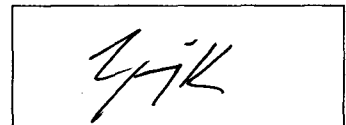
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	20	-					
Балл члена жюри №2	20	20	20	20	-					

Итоговый балл 80

Подпись члена жюри №1



Подпись члена жюри №2



Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



①

Пусть суммы по горизонтали и вертикали образуют в некотором порядке числа: $x, x+1, \dots, x+11$

$$\Rightarrow \text{Сумма чисел равна } \frac{(x+x+11) \cdot (x+11-x+1)}{2} = 6 \cdot (2x+11)$$

Но с другой стороны - это просто удвоенная сумма чисел от 1 до 36, т.к. каждое число входит ровно в одну строку и одну столбец \Rightarrow их сумма $2 \cdot (1+2+\dots+36) = 2 \cdot \frac{36 \cdot 37}{2} = 36 \cdot 37$

$$\Rightarrow 36 \cdot 37 = 6(2x+11)$$

$$6 \cdot 37 = 2x+11$$

$$\Rightarrow x = \frac{222-11}{2} = \frac{211}{2} \notin \mathbb{Z}$$

Но x - сумма натуральных чисел \Rightarrow Противоречие
 \Rightarrow Ответ: Нет.

② $a, b, c \in \mathbb{R}^+$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1 \Leftrightarrow 1 - b^2 - c^2 = a^2 + 2abc$$

$$\therefore a \sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b \sqrt{(1-a^2)(1-c^2)} + c \sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$$

$$(1-b^2)(1-c^2) = 1 - b^2 - c^2 + b^2c^2 = a^2 + 2abc + b^2c^2 = (a+bc)^2$$

\Rightarrow Аналогично для $(1-a^2)(1-c^2)$ и $(1-a^2)(1-b^2)$ $\wedge a+b+c > 0$

$$\Rightarrow a \cdot (a+bc) + b(b+ac) + c(c+ab) \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc + abc \geq 2\sqrt{abc}$$

$$1 + abc \geq 2\sqrt{abc}$$

$$(\sqrt{abc} - 1)^2 \geq 0 \quad \text{чтв.}$$

③ a_1, a_2, \dots, a_8 - перестановка $\{1; 2; \dots; 8\}$

НУО $a_1 = 2 \quad a_2 = 5$

Пусть 4 и 6 не стоят рядом

1) между 4 и 6 стоит 1 число

$\Rightarrow 4 \underline{x} 6 \Rightarrow x: |6-4|=2$

$\Rightarrow x \in \{2; 4; 6; 8\}$

Но 4 и 6 заняты, а 2 стоит рядом с 5 \Rightarrow не может быть

$\Rightarrow x = 8 \checkmark$

$\Rightarrow \underline{4} 4 8 6 \underline{2}$ ~~и другие варианты~~

$\Rightarrow 4: |8-y| \Rightarrow y \in \{7; 6; 4\}$ Но 6 и 4 заняты $\Rightarrow y = 7$

$6: |8-z| \Rightarrow z \in \{7; 6; 5; 2\}$ ~~Но 6, 7 заняты $\Rightarrow z = 5$~~

~~$\Rightarrow y = 7, z = 5$ Но 4 и 6 заняты~~

$\Rightarrow z \in \{5; 2\}$

$\Rightarrow \underline{7} 4 8 6 \underline{z}$

1) $z = 5 \Rightarrow z = 5 \quad d = 2 \Rightarrow 5: |6-z| \Rightarrow \emptyset \checkmark$

2) $z = 2 \Rightarrow d = 5 \Rightarrow 2: |6-5| \checkmark$

$\Rightarrow \underline{7} 4 8 6 2 \underline{5}$

$\Rightarrow 7$ и 8 - перестановка $\{1; 3\}$

1) $\beta = 1 \quad \gamma = 3$ Но тогда $|4-\beta|=3$ Но $z \neq 3 \Rightarrow \emptyset \checkmark$

2) $\beta = 3 \quad \gamma = 1 \Rightarrow \beta: |5-\beta| \Rightarrow 1: |5-3| \Rightarrow 1: 2 \Rightarrow \emptyset$

\Rightarrow решений нет. \Rightarrow Не подходит $4 \underline{x} 6 \checkmark$

2) между 4 и 6 стоит два числа

$\Rightarrow \underline{x} 4 \underline{y}$
 $\underline{z} 6 \underline{w}$

, где $x \neq y \quad x \neq z \quad y \neq w \quad y \neq z$

$4: |x-y| \Rightarrow |x-y| \in \{1; 2; 4\}$ ~~и другие варианты~~

$6: |z-w| \Rightarrow |z-w| \in \{1; 2; 3; 6\}$

~~и другие варианты~~

Бланк ответов

2.1) ~~2.1) $|x-y|=4$~~ $\underline{x} \ 4 \ \underline{y}$
 $\Rightarrow \#10 \ 7 \ 7 \ 4 \Rightarrow \#1 \ 2 \ 2 \ 1$
 $\Rightarrow \#2 \ 7 \ 8 \ 2$

2.1) $|x-y|=4 \Rightarrow \mu \neq 0 \ x > y \Rightarrow x, y : \begin{matrix} 15x \\ 26x \\ 37 \\ 48x \end{matrix}$ *почему 1 и 5 не подходит?*

Варианты с 4 и 6 не подходят тк 4 и 6 не равны
 Если $x=5$ то 254 но $5 \neq 2 \Rightarrow x \neq 5$

$\Rightarrow x=7 \ y=3$
 $\Rightarrow \underline{w} \ 7 \ 4 \ 3 \ \underline{z}$

$7 : |w-4| \Rightarrow w \in \{3; 5\}$ но 3 уже занято $\Rightarrow w=5$

$\Rightarrow \underline{2} \ 5 \ 7 \ 4 \ 3 \ \underline{z}$

$2 : |5-2| \Rightarrow 2 \in \{4; 6; 7; 3\} \Rightarrow$ единственный вариант $z=6$

$\Rightarrow \underline{1} \ 6 \ 2 \ 5 \ 7 \ 4 \ 3 \ \underline{z}$

$\Rightarrow \beta$ и z представляют $\{1; 8\}$

Если $\beta=1$ то $z=8$ то $\beta : |7-6| \Rightarrow 1:2 \ \emptyset$

Если $\beta=8$ то $z=1 \Rightarrow 1 : |8-3| \Rightarrow 1:5 \ \emptyset \checkmark$

$\Rightarrow |x-y|=4 \ \emptyset$

2.2) $|x-y|=2 \Rightarrow x, y : \begin{matrix} 13 \\ 24x \\ 35x \\ 46x \\ \del{57x} \\ 68x \end{matrix}$

Варианты с 4 и 6 не подходят

Если x или $y=5$ то $254 \Rightarrow 5:2 \ \emptyset \checkmark$

$\Rightarrow x$ и y не равны 5 \Rightarrow единственный вариант

$x=3 \ y=1 \Rightarrow \underline{w} \ 3 \ 4 \ 1 \ \underline{z}$

$\Rightarrow z \in \{5; 3\}$ но 3 занято $\Rightarrow z=5 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{w} \ 3 \ 4 \ 1 \ 5 \ 2 \ \underline{z}$

$$3: |4-w| \Rightarrow w \in \{3; 5; 1; 7\}$$

Но 3, 5, 1 зафиксированы $\Rightarrow w = 7$

$$\Rightarrow \underline{\beta} \ 7 \ 3 \ 4 \ 1 \ 5 \ 2 \ \underline{\alpha}$$

$\Rightarrow \beta$ и α - нечетные 6 и 8

Если $\beta = 6 \ \alpha = 8$ то $7: 3 \Rightarrow \emptyset$

Если $\beta = 8 \ \alpha = 6$ то $7: 5 \Rightarrow \emptyset \checkmark$

$$\Rightarrow |x-y| \neq 2$$

2.3) $|x-y| = 1 \Rightarrow$ ^{НЧО} $x, y:$

1	2	*
2	3	
3	4	x
4	5	x
5	6	x
6	7	x
7	8	*

4 и 6 не подходят

$$\Rightarrow 2.3.1) \ x = 2 \ y = 1$$

$$\Rightarrow \underline{\alpha} \ 5 \ 2 \ 4 \ 1 \ \underline{\beta}$$

$$7 \in \{3; 5\} \Rightarrow z = 3$$

$$\Rightarrow \underline{\alpha} \ 5 \ 2 \ 4 \ 1 \ 3 \ \underline{\beta}$$

$3: |4-\alpha| \Rightarrow \alpha \in \{2; 4\}$ Но они зафиксированы \Rightarrow противоречие \checkmark

$$2.3.2) \ x = 3 \ y = 2$$

$$\Rightarrow \underline{\alpha} \ 3 \ 4 \ 2 \ 5 \ \underline{\beta}$$

$$3: |4-w| \Rightarrow |4-w| \in \{1; 3\} \Rightarrow w \in \{1; 3; 7\} \Rightarrow w \in \{1; 7\}$$

$$7: |2-z| \Rightarrow z \in \{1; 3; 7\} \Rightarrow z \in \{1; 7\}$$

$$\Rightarrow 2.3.2.1) \ z = 1 \ w = 7$$

$$\Rightarrow \underline{\alpha} \ 7 \ 3 \ 4 \ 2 \ 5 \ 1 \ \underline{\beta}$$

$$\Rightarrow \beta = 6 \Rightarrow \alpha = 8 \Rightarrow 8 \ 7 \ 3 \ 4 \ 2 \ 5 \ 1 \ 6$$

Но тогда $7: 5 \Rightarrow \emptyset \checkmark$

Бланк ответов

2.3.2.2) $z = 7$ $w = 1$

$\underline{\alpha} \ 1 \ 3 \ 4 \ 2 \ 5 \ 7 \ \underline{\beta}$

$\Rightarrow \alpha \in \{2; 4\} \Rightarrow$ противоречия $\emptyset \checkmark$

\Rightarrow при $x = 3$ $y = 2$ решений нет

2.3.3) $x = 8$ $y = 7$

$\underline{\alpha} \ 8 \ 4 \ 7 \ \underline{w}$

$w \in \{3; 5\}$

$z \in \{3; 5; 2; 6\}$

w_3 (*) ясно 470 $z \neq 6$

2.3.3.1) $z = 2$

$\Rightarrow 5 \ 2 \ 8 \ 4 \ 7 \ \underline{w}$

$\Rightarrow 2 : (8 - 5) \Rightarrow \emptyset \checkmark$

2.3.3.2) $z \in \{3; 5\}$ $w \in \{3; 5\}$

\Rightarrow 2.3.3.2.1) $z = 3$ $w = 5$

$\Rightarrow \underline{\alpha} \ 3 \ 8 \ 4 \ 7 \ 5 \ 2 \ \underline{\beta}$

$\Rightarrow \alpha$ и β удовлетворяют 4 и 6

\Rightarrow Если $\alpha = 1$ $\beta = 6$ то $3 : (8 - 1) \Rightarrow \emptyset \checkmark$

Если $\alpha = 6$ $\beta = 1$ то $1 : (8 - 2) \Rightarrow \emptyset \checkmark$

2.3.3.2.2) $z = 5$ $w = 3$

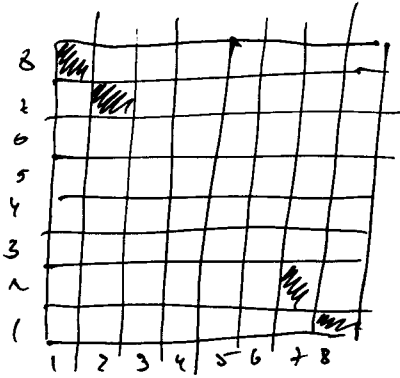
$\Rightarrow \underline{\alpha} \ 2 \ 5 \ 8 \ 4 \ 7 \ 3 \ \underline{\beta}$

~~Еще~~ $\Rightarrow 5 : (8 - 2) \Rightarrow \emptyset \checkmark$

\Rightarrow Не бывает решений с числ. 4 и 6
не стоят рядом. \Rightarrow Они должны быть рядом. +

4 ст. 57.

4



Заметим что
 Раскроем гошку в шахматном
 порядке (черно белая)
 Заметим что обороты белых клетки

только одного цвета \Rightarrow Рассмотрим эту
 задачу для каждого цвета отдельно, а точнее
 попытаемся расставить оборотней так, чтобы они
 были все клетки одного цвета (те стояли их только
 на этот цвет.), а для другого цвета сделаем тоже
 самое просто перевернув гошку (один цвет перейдет
 в другой при повороте на 90°).

Рассмотрим заштрихованные клетки $((1;8); (2;7); (7;2); (8;1))$
 Вот первое, если оборотней не может быть сразу где
 эти клетки. \Rightarrow Нужно минимум 4 оборотней.

Так же заметим, что количество из этих оборотней
 бел \approx 4 клетки как бы его не поставили (при условии
 что все заштрихованные клетки белы.)

тк ~~они~~ как минимум одна из клеток, которые бел
 оборотней вращает за край гошки

\Rightarrow Всею оборотней понадобится как минимум

$$(x-4) \cdot 5 + 4 \cdot 4 \geq 32$$

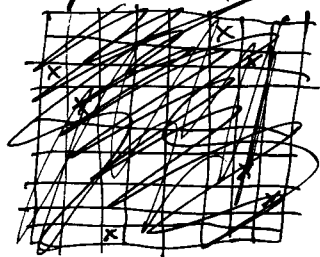
$$5x - 20 + 16 \geq 32$$

$$5x \geq 36$$

$$x \geq \frac{36}{5} \Rightarrow x \geq 8 \quad (\text{тк } x \in \mathbb{N})$$

\Rightarrow На 8-го цвета потребуется $\geq 8 \cdot 2 = 16$ оборотней.

Пример на 16:



x - оборотень

