ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101397957630

Титульный лист

Направление ■ информатика □ история □ математика □ обществознание □ русский язык □ физика □ химия

Класс □ 8 ■ 9 □ 10 □ 11

Фамилия МАЛЬЦЕВА

Имя НАТАЛЬЯ

Отчество ВИТАЛЬЕВНА

Дата рождения 23 03 2009

Город участия ХАБАРОВСК

Аудитория 314

Телефон 89147167136

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101397957630

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ■ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ■ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия ХАБАРОВСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	10	25	00	20						
Балл члена жюри №2	10	25	00	20						

Итоговый балл 055

Подпись члена жюри №1 [signature]

Подпись члена жюри №2 Шаб

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 3.

если размещаем все фишки в одну лунку:

1. выбрать лунку: $C_{24}^{1} = 24$

2. выбрать кол-во фишек, которое будет лежать в этой лунке: C_{17}^{0}

3. всего вариантов: $24 \cdot 1 = 24$ $C_{24}^{1} \cdot C_{17}^{0}$

если размещать в две лунки:

1. выбрать лунки: $C_{24}^{2} =$

2. выбрать кол-во фишек в каждой лунке: C_{17}^{1}

3. всего вариантов: $C_{24}^{2} \cdot C_{17}^{1}$

если в 3 лунки:

I. C_{24}^{3}

II. C_{17}^{2}

III. $C_{24}^{3} \cdot C_{17}^{2}$

...

если в K лунки

I. C_{24}^{k}

II. C_{17}^{k-1}

III. $C_{24}^{k} \cdot C_{17}^{k-1}$

...

если в 18 лунках:

I. C_{24}^{18}

II. C_{17}^{17}

III. $C_{24}^{18} \cdot C_{17}^{17}$

* дальше это не возможно, т.к. 18 фишек в $K > 18$ лунок не поместить (какая-то лунка будет пустой)

Ответ: $C_{24}^{1} \cdot C_{17}^{0} + C_{24}^{2} \cdot C_{17}^{1} + C_{24}^{3} \cdot C_{17}^{2} + C_{24}^{4} \cdot C_{17}^{3} + C_{24}^{5} \cdot C_{17}^{4} + C_{24}^{6} \cdot C_{17}^{5} + C_{24}^{7} \cdot C_{17}^{6} + C_{24}^{8} \cdot C_{17}^{7} + C_{24}^{9} \cdot C_{17}^{8} + C_{24}^{10} \cdot C_{17}^{9} + C_{24}^{11} \cdot C_{17}^{10} + C_{24}^{12} \cdot C_{17}^{11} + C_{24}^{13} \cdot C_{17}^{12} + C_{24}^{14} \cdot C_{17}^{13} + C_{24}^{15} \cdot C_{17}^{14} + C_{24}^{16} \cdot C_{17}^{15} + C_{24}^{17} \cdot C_{17}^{16} + C_{24}^{18} \cdot C_{17}^{17}$

Задание 4.з (извините за черканья)

(1) 101 - простое число.

Значит разложить на 2 ~~прост~~ натуральных множителя можно только одним способом: $1 \cdot 101$. Проверяем. НОД - 1; произведение = 101. Значит пара (1; 101) подходит

Также подходит пара (101; 1), т.к. от смены чисел $a \leftrightarrow b$ ни НОД чисел, ни их произведение не меняется

+ 18

Ответ: 2

(2) Заметим, что красота числа $a \cdot b$ и $a^m \cdot b^n$ (I, II) одинакова: (a; b - простые)

I: $(1$ и $a \cdot b)$

$(a$ и $b)$

$(a \cdot b$ и $1)$

$(1$ и $a \cdot b)$

4 пары

II: $(1$ и $a^m \cdot b^n)$

$(a^m$ и $b^n)$

$(a^m \cdot b^n$ и $1)$

$(b^n$ и $a^m)$

4 пары

И правда, число $a^m \cdot b^n$ разложить на множители как $a^k \cdot b^l$ и $a^{m-k} \cdot b^{n-l}$ (где $m > k > 0$) нельзя, т.к. НОД этих чисел не будет равняться 1 (и то, что число делится на a)

Те же утверждения можно повторить для чисел $a \cdot b \cdot c$ и $a^x \cdot b^y \cdot c^z$:

{число $a \cdot b \cdot c$ имеет такую же красоту, как и число $a^x \cdot b^y \cdot c^z$}:

$(1$ и $a \cdot b \cdot c)$

$(a$ и $b \cdot c)$

$(b$ и $a \cdot c)$

$(c$ и $a \cdot b)$

4 пары

...

$(a; b) \to (b; a)$ 4 пары

8 пар

$(1$ и $a^x \cdot b^y \cdot c^z)$

$(a^x$ и $b^y \cdot c^z)$

$(b^y$ и $a^x \cdot c^z)$

$(c^z$ и $a^x \cdot b^y)$

4 пары

...

$(a; b) \to (b; a)$ 4 пары

8 пар

больше пар нет, т.к. иначе НОД $\neq 1$, что противоречит условию

Также заметим, что у чисел $a\cdot b$ и $c\cdot d$ также красота одинаковая ($a; b; c; d$ – простые числа)

(1 и $a\cdot b$)	(1 и $c\cdot d$)
(a и b)	(c и d)
(b и a)	(d и c)
($a\cdot b$ и 1)	($c\cdot d$ и 1)
4 пары	4 пары

для ~~[illegible]~~ чисел $a\cdot b\cdot c$ и чисел $d\cdot e\cdot f$ рассуждения будут те же. И т.д. (Т.е. красота чисел, которые при разложении на простые множители дают одинаковое кол-во простых множителей одинакова)

Значит нам нужно число, которое при разложении на простые множители даст как можно больше простых различных чисел:

$1\cdot 2 = 2$

$1\cdot 2\cdot 3 = 6$

$1\cdot 2\cdot 3\cdot 5 = 30$

$1\cdot 2\cdot 3\cdot 5\cdot 7 = 210$

$1\cdot 2\cdot 3\cdot 5\cdot 7\cdot 11 = 2310$ – слишком много, т.к. наше число ≤ 1024

± 16б

Получаем, что максимальная красота среди первых 1024 натур. чисел будет такая же, как и у числа 210.

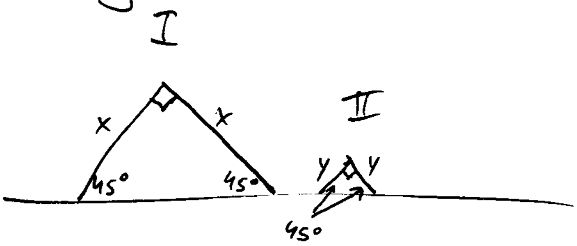
Красота числа 210:

(1 и 210)	(6 и 35)
(2 и 105)	(10 и 21)
(3 и 70)	(14 и 15)
(5 и 42)	
(7 и 30)	8 пар.

ещё + 8 пар $(a;b) \to (b;a)$

Ответ: 16.

Задание 2



$2x+2y=4096 \quad |:2$

$x+y=2048=2^{11}$

$S_I = \frac{x\cdot x}{2} = \frac{x^2}{2} \qquad S_{II} = \frac{y^2}{2}$

$S_I + S_{II} = \frac{x^2+y^2}{2}$

$x = 2^{11}-y \Rightarrow x^2 = (2^{11}-y)^2 = 2^{22} - 2^{12}y + y^2$

$S_{I+II} = \frac{2^{22}-2^{12}y+y^2+y^2}{2} = 2^{21} - \frac{2^{12}y-2y^2}{2} = 2^{21} - 2^{11}y + y^2$

имеем квадратичную функцию $f(y) = y^2 - 2^{11}y + 2^{21}$

$y^2 - 2^{11}y + 2^{21} = y^2 - 2\cdot 2^{10}\cdot y + (2^{10})^2 + 2 = (y-2^{10})^2 + 2$

минимальное значение $f(y)$ принимает в точке 2

$((y-2^{10})^2 \geq 0)$

+

получаем, что $(y-2^{10})^2 = 0 \Rightarrow y - 2^{10} = 0$

$y = 2^{10}$

$x = 2^{11} - 2^{10} = 2^{10}$

25б

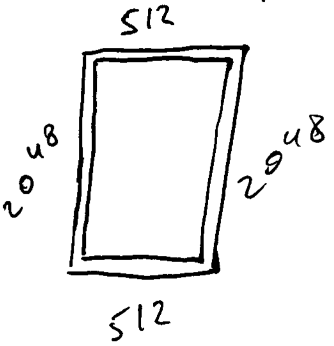
$S_{I+II} = \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} = \frac{(2^{10})^2}{2} + \frac{(2^{10})^2}{2} = 2^{19} + 2^{19} = 2^{20}$

Ответ: 2^{20}

Задание 1

512 столбцов
2048 строк

есть рамка, периметр которой нужно вычислить:



+ 10 б

подробнее бы...

если из одного такого "крайнего" квадратика "перебросить" число в соседний (не "крайний квадратик) [-1 +1], то это же число окажется в "крайнем" квадратике на другой стороне

I II
-1 +1 → II III
+1 +1 → ... → 512 512
+1 +1

Тогда сумма "крайних" не изменится

всего у нас 5116 "крайних" квадратика

это 1254 · 4.

каждые 4 на разных сторонах в сумме – 64

получается 1254 · 64 = 80256

Ответ: 80256