ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101358417891

Титульный лист

Направление	☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11
Фамилия	ПАВЛОВ
Имя	АРСЕНИЙ
Отчество	ЕВГЕНЬЕВИЧ
Дата рождения	06 06 2006
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ
Аудитория	339
Телефон	89630392259
Дата	05 02 2024
Подпись	

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101358417891

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	15	0	–	20	0					
Балл члена жюри №2	15	0	–	20	6					

Итоговый балл 38

Подпись члена жюри №1 Dloud

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1

Сумма всех вертикалей равна $\underbrace{\sum_{i=1}^{36}(i)}_{\text{Сумме всех чисел от 1 до 36}} = 37\cdot\overset{18}{13}$. Сумма горизонталей также равна $\sum_{i=1}^{36}(i) = 37\cdot\overset{18}{13}$

=> сумма 6 верт. и 6 горизонт. сумм равна $2\cdot37\cdot13 = 2\cdot481 = 962$. Проверим, могут ли 12 послед. чисел давать в сумме 962. $(n+1)+(n+2)+\ldots+(n+11)+(n+12) = 12n+13\cdot6 = 12n+78$. Т.к. $n\in\mathbb{N}$, то если можно, то $(962-78)$ должно быть кратно 12

$962-78 = 894 \not\vdots\, 12$ $\left(\begin{matrix}12\cdot74=888\\12\cdot75=900\end{matrix}\right)$. Значит, 6 сумм по вертикали и 6 сумм по горизонтали не могут являться 12 последовательными числами.

Ответ: нет, не могут. арифм. ошибка, не повлиявшая на ход рассуждений

+.

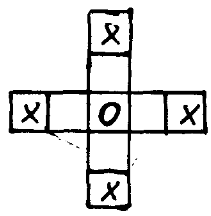
Задание 4

1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4

рис.1.

X	X	O	O	X	X	X	X
X	X	O	O	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	O	O
X	X	X	X	X	X	O	O
O	O	X	X	X	X	X	X
O	O	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	O	O	X	X
X	X	X	X	O	O	X	X

рис.2. (пример)



Заметим, что можно раскрасить квадрат 8x8 так, как показано на рис.1. При такой раскраске видно, что на какую бы цифру (цвет) не поставили оборотня, он будет атаковать только тот же самый цвет, на котором стоит сам. Рассмотрим угловые квадраты 2x2 клетки (рис.1). Видно, что чтобы „покрыть" каждый из этих квадратов, нам потребуется по минимум 4 оборотня на каждый => => всего нам понадобится не менее $4\cdot4 = 16$ оборотней. Пример расстановки 16 оборотней: рис.2.

Ответ: 16

+

Задание 2

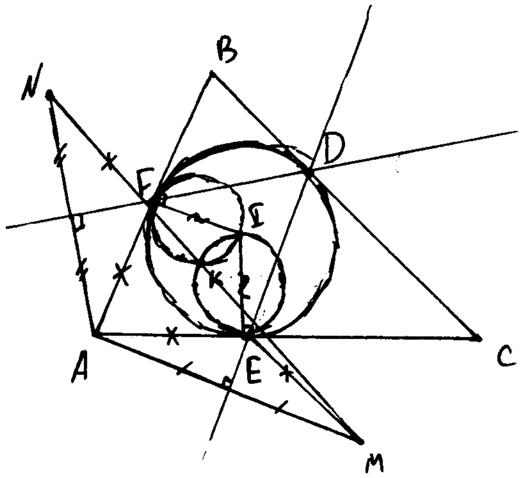
$$(*) = a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} = \sqrt{a^2(1-b)(1+b)(1-c)(1+c)} + \sqrt{b^2(1-c)(1+c)(1-a)(1+a)} +$$

$$+\sqrt{c^2(1-a)(1+a)(1-b)(1+b)} = \sqrt{a^2-a^2b^2-a^2c^2+b^2c^2a^2} + \sqrt{b^2-b^2c^2-b^2a^2+b^2c^2a^2} + \sqrt{c^2-c^2a^2-c^2b^2+b^2c^2a^2}$$

$$a^2+b^2+c^2+2abc = 1$$

$2abc = 1-a^2-b^2-c^2 \Rightarrow 2\sqrt{abc} = \sqrt{2\cdot(1-a^2-b^2-c^2)}$ т.к. $a,b,c>0$, то ? $(*) \geq 2\sqrt{abc}$

Задание 5



$|AF| = |AE|$ – отрезки касательныя

$|NF| = |FA|$

$|ME| = |AE|$ (Из равенства $\Delta^{\text{ков}}$, получившихся из-за симметрии)

отрезок, соединяющий середины $[IF]$ и $[IE]$ (центры маленькие окр.) $\perp [IK]$ и делит его пополам т.к. это сред. линия $\Delta^{\text{ка}}$ IFE, то $[EF] \parallel$ ему и проходит через т.К (по обр. т. Фалеса)

не доказано

Бланк ответов

Бланк ответов