ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101824841424

Титульный лист

Направление [x] информатика [ ] история [ ] математика [ ] обществознание [ ] русский язык [ ] физика [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия ПЕГАНОВ

Имя АРТЁМ

Отчество ИВАНОВИЧ

Дата рождения 03 05 2006

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория 339

Телефон 89536050516

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101824841424

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	15	00	00	00						
Балл члена жюри №2	15	00	00	00						

Итоговый балл 015

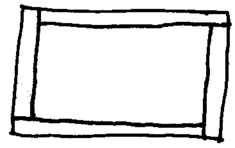
Подпись члена жюри №1 Ивко

Подпись члена жюри №2 Шаб

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1. 1) рассмотрим группы клеток так, как показано на рисунке



Тогда получим ~~по~~ две группы по 255 клеток и две группы по 1023, в каждой из которых кол-во клеток делится на 3

+3б

$$\frac{255}{3}\cdot 2\cdot 32+\frac{1023}{3}\cdot 2\cdot 32 = 27264$$

2) Заметим что кол-во клеток по периметру $= 5054 - \underset{\text{наложения в углах}}{4} - \underset{\text{вырезанная клетка}}{1} = 5049$

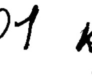
при этом 5049 кратно 3

б.о.о. будем считать что вырезанная клетка в верхнем левом углу.

в верхнем ряду осталось 502 клетки

501 кратно 3, отложим их, тогда в правом столбце нетронутых 2024 клетки, 2022 кратно трём, отложим.,

рассмотрим ~~прав. нижн. угол~~. левый столбик. верхней клетки нет, нижнюю оставим нижней строке кол-во оставшихся клеток 2022 (кратно 3). В нижнем ряду 503 клетки 501 клетку слева откладываем. вернёмся в правый нижний угол, где осталось 3 клетки



и рассмотрим вырезку из матрицы

a_1	a_2	a_3
a_4	a_5	a_6
a_7	a_8	a_9

найдём $a_8+a_9+a_6$

рассмотрим кол-во клеток картины

$2024\cdot 503 - 1 = 1018071$

, что делится на 3

подумаем о размещении кусочков по 3 клеточки

Но такого размещения не существует и часто ~~всегда~~ будет присутств. уголок

. (при минимальном заполнении)

докажем что $a_8+a_9+a_6 \neq 32$

Д/п: Пусть $a_8+a_9+a_6 = 32$

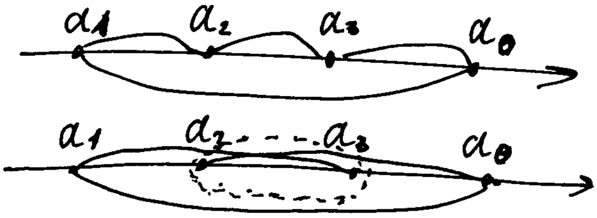
Задание 2. т.к. $\sum_{i=0}^{N-1} |a_i - a_{i+1}|$

то при $i = N-1$ слагаемое $|a_{N-1} - a_0|$ т.к. в массиве N элементов.

Пусть A - данный массив.

$a_i \in A$, $i \in \{0, 1, \dots, N-1\}$

рассмотрим a_i на числовой прямой



исходя из описанного ранее и примера при $N = 4$ становится понятно, что миним. сумма расстояний достигается в случае 1 когда отрезки не накладываются [illegible] (как в сл.2)

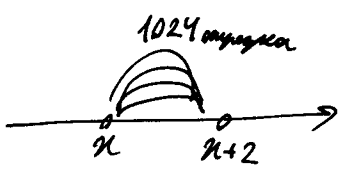
тогда заметим, что минимальная красота $A = 2 \cdot (\max(A) - \min(A))$

т.к. изначальная красота искомых массивов должна быть равна 2048 очевидно что ~~...~~ случай где все a_i ~~равн~~ попарно равны не подходит. Найдём массив с минимальной возможной красотой и изначальной красотой равной 2048

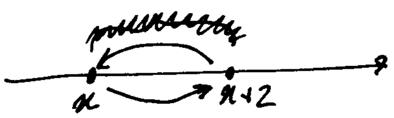
Рассмотрим ~~массив~~ массив, где

$a_0 = x$, $a_1 = x+2$, $a_2 = x$, $a_3 = x+2$, $\dots$, $a_{1023} = x+2$.

т.к. элементов 1024 а расстояние между соседними $= 2$ $\Rightarrow$ $1024 \cdot 2 = \sum_{i=0}^{N-1} |a_i - a_{i+1}| = 2048$



а мин. красота достигается путём перестановки всех элементов с нечётными индексами в начало, остальные в конец:



$\{a_1, a_3, a_5, \dots, a_{1023}, a_0, \dots, a_{1022}\}$ где миним. красота равна $4 = 2+2$

Бланк ответов

Задание 2. (продолжение) ... тогда $0 < x$ & $x+2 \le 10000$

$0 < x \le 9998$

и того 9998 массивов.

+ ~~рассмотрим~~ $A = \{x, x+2, ..., x\}$,

+ рассмотр. $A = \{x+2, x, x+4, ..., x\}$

с ним повторяются все действия проведённые ~~ранее~~ ранее, что очевидно, массивов ещё 9998 массивов.

Итог.: $2 \cdot 9998 = 19996$ массивов

~~Задание 1.~~ Задание 1. (продолжение) (2/1 "продолжение") ...

рассмотрим вырезку из матрицы и дополним по углов.

~~т.к. в условии задачи~~

~~пример~~

a_1	a_2	a_3	a_1	a_2
a_4	a_5	a_6	a_4	a_5
a_7	a_8	a_9	a_7	a_8
a_1	a_2	a_3	a_1	a_2
a_4	a_5	a_6	a_4	a_5

и посмотрим на примере (1): ~~$a_8 + a_9 + a_6$~~

пример 1:

8	15	9	8	15
17	2	13	17	2
7	15	10	7	15
8	15	9	8	15
17	2	13	17	2

Задача не гарантирует что $a_4 = a_3$ и т.д.

поэтому $a_7 + a_2 + a_4$ может быть не равно 32 как в примере 2

исходя из примера 1 ($a_8 + a_9 + a_6 = 38$) ✗

($a_8 + a_9 + a_6 = 32$ во всех случаях)

пример 2.

8	15	9
9	8	15
15	9	8

±

128

Задание 4. рассмотрим $gcd(x, x+k) = y$

$x \vdots y$ & $(x+k) \vdots y \xRightarrow[\text{и св-вам суммы}]{\text{по св-вам деления}}$ $(x+k \pmod y) = x \Rightarrow k \pmod y = 0)$ $k \vdots y$

значит. $gcd(x, k) = y$

1) $F(10,7) = \sum_{i=1}^{n} gcd(i, i+k) = \sum_{i=1}^{n} gcd(i,k) =$

$= 9 \cdot 1 + 7 = \underline{\underline{16}}$ т.к. 7 простое число

$F(10,7) = 16$

2) Рассмотрим каноническое разложение 16380

$16380 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5^1 \cdot 7^1 \cdot 13^1$

$1621620 = 16380 \cdot 99$

$1621620 = 2^2 \cdot 3^4 \cdot 5^1 \cdot 7^1 \cdot 11^1 \cdot 13^1$

$\underbrace{5^0\ 5^1}\ \underbrace{7^0\ 7^1}\ \underbrace{13^0\ 13^1}\ \underbrace{3^0\ 3^1\ 3^2}\ \underbrace{2^0\ 2^1\ 2^2}$

$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 =$

$= 72$ – делителей числа 16380

рассмотрим на отрезке $[1; 16380]$:

2 числа $\vdots\ 2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$

4 числа $\vdots\ 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$

3 ч $\vdots\ 2^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13 \cdot 3$

9 ч $\vdots\ 2^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13$

5 $\vdots\ 2^2$.

но есть пересечения множеств

и т.д. =

$4! \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13_{-4!} + 2^2 \cdot 9! \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13_{-9!} + 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5! \cdot 7 \cdot 13_{-5!} +$

$+ 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7! \cdot 13_{-7!} + 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13! - 13! + \ldots$