ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302051266725

Титульный лист

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Фамилия	СЕНДОВ
Имя	СЕРГЕЙ
Отчество	ДЕНИСОВИЧ
Дата рождения	24 10 2006
Город участия	ТЮМЕНЬ
Аудитория	409
Телефон	89044968455

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302051266725

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- ☐ информатика
- ☐ история
- ☒ математика
- ☐ обществознание
- ☐ русский язык
- ☐ физика
- ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия ТЮМЕНЬ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	5	–					
Балл члена жюри №2	20	20	0	5	–					

Итоговый балл 45

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№1

Сумма чисел от 1 до 36: $S_n = \frac{1+36}{2} \cdot 36 = 37 \cdot 18 = 666$.

Сумма двенадцати последовательных чисел: $\frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n =$ ($n=12$, $d=1$)

$= \frac{2a_1+11}{2} \cdot 12 = (2a_1+11) \cdot 6$.

Эти 12 чисел — это суммы и по горизонтали, и по вертикали. Любое число, вписанное в клетку, входит в одну сумму по вертикали и одну по горизонтали.

Поэтому сумма этих 12 чисел — это удвоенная сумма первых 36 чисел (так как каждое из них считалось по 2 раза).

$(2a_1+11) \cdot 6 = 666 \cdot 2$

$2a_1 + 11 = 222$

$2a_1 = 211 \Rightarrow a_1 = 105{,}5$.

Но число a_1 — это сумма шести натуральных, поэтому $a_1 \in N$. ~~Поэтому~~ Так как $105{,}5 \notin N$, ($105{,}5 \in N$ — противоречие) то нельзя расставить в квадрате 6×6 числа от 1 до 36 так, чтобы ~~6 по~~ 6 сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали являлись последовательными 12 числами.

Ответ: нет, нельзя.

+

№2

Дано:

(1) $a^2+b^2+c^2+2abc=1$.

$a,b,c>0$.

Доказать:

$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-a^2)(1-c^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$

$a\sqrt{1-b^2-c^2+b^2c^2} + b\sqrt{1-a^2-c^2+a^2c^2} + c\sqrt{1-a^2-b^2+a^2b^2} \geq 2\sqrt{abc}$

(*) (Из уравнения (1) ~~заменим суммы по~~ $1-b^2-c^2 = a^2+2abc$, $1-a^2-c^2 = b^2+2abc$, $1-a^2-b^2 = c^2+2abc$)

$a\sqrt{a^2+2abc+(bc)^2} + b\sqrt{b^2+2abc+(ac)^2} + c\sqrt{c^2+2abc+(ab)^2} \geq 2\sqrt{abc}$

полные квадраты

$a\sqrt{(a+bc)^2} + b\sqrt{(b+ac)^2} + c\sqrt{(c+ab)^2} \geq 2\sqrt{abc}$

$a|a+bc| + b|b+ac| + c|c+ab| \geq 2\sqrt{abc}$

По условию $a,b,c>0 \Rightarrow ab, bc, ac > 0 \Rightarrow a+bc>0$, $b+ac>0$, $c+ab>0$.

$a^2+abc+b^2+abc+c^2+abc \geq 2\sqrt{abc}$

$\underbrace{a^2+b^2+c^2+2abc}_{=1} + abc \geq 2\sqrt{abc}$

$abc = (\sqrt{abc})^2$

$1 - 2\sqrt{abc} + abc \geq 0$.

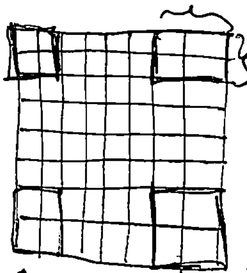
$(1-\sqrt{abc})^2 \geq 0$

верно при любых $a,b,c>0$.

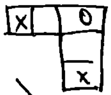
ч.т.д.

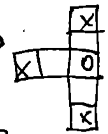
+

№4.



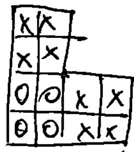
Оборотень, который бьёт одну из этих клеток, ударяет всего 3 или 4 раза.

3, если стоит на ней: 

4, если стоит рядом (по верт. или гориз.): 

Если все расставленные оборотни бьют 5 клеток, ~~как~~ перекрывая как можно меньше друг друга, то понадобится $\left(\frac{64}{5} = 12{,}8\right)$ как минимум 13 оборотней.

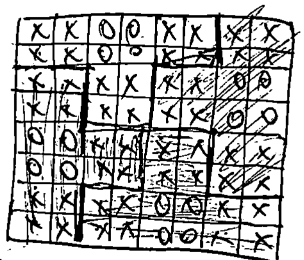
Но так как нужно закрыть 4 угловых квадрата 2x2, то нужно использовать оборотней, закрывающих 3 или 4 клетки.

? Если тех, кто 3:  ⇒ 4·4=16 оборотней

остается еще квадрат в центре ⇒ больше 16 оборотней.

нет указания на то, что один оборотень может бить не более одной из отмеченных клеток

Если тех, кто 4:



→ понадобилось всего 16 оборотней.

16·4=64 – они закрывают все 64 клетки.

Поэтому, если использовать оборотней, закрывающих 5 клеток, то им понадобятся те, кто закроют угловые квадраты 2x2.

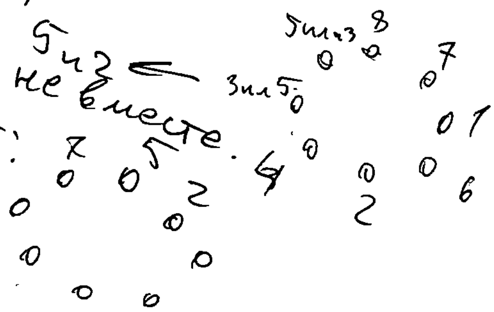
Если те, кто закрывают угловые квадраты → оборотни по 3, то всего оборотней будет больше 16.

Если ~~те, кто~~ за оборотни по 4, то оборотни по 5 не нужны.

Поэтому минимум → 16 оборотней. Ответ: 16 оборотней.

№3

Если есть делитель 7, то возможен только вариант!

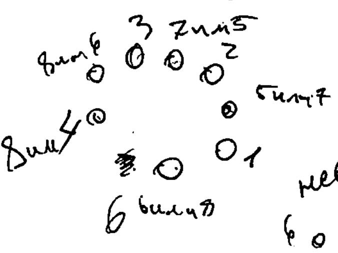


Значит нет делителя 7.

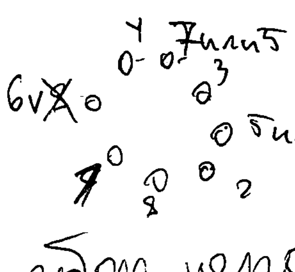
Аналогично нет делителя 5.

Поэтому для 5 и 7 делители 1.

Тогда существует ~~либо~~:



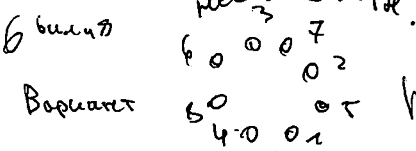
или



⇒ Если 5 и 7 вместе, то 6 и 4 вместе.

ч.т.д.

невозможно



Вариант

перебор неполный

Бланк ответов

Бланк ответов