ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101137092924

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☑ 11

Фамилия МУХАМЕТЬЯНОВ

Имя ГАЙСАР

Отчество АЗАМАТОВИЧ

Дата рождения 11 09 2006

Город участия УФА

Аудитория 9101

Телефон 79177470370

Дата 05 02 2024 **Подпись** Мух

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101137092924

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☑ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☑ 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 13:26 до 13:29

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	5	20	0	0	–					
Балл члена жюри №2	5	20	0	0	–					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание ~~№2~~ №2

$a^2+b^2+c^2+2abc=1$

1) Решим квадратное уравнение относительно a:

$$a^2+a\cdot 2bc+b^2+c^2-1=0$$

$$D=4b^2c^2-4b^2-4c^2+4$$

$$a=\frac{-2bc\pm\sqrt{4b^2c^2-4b^2-4c^2+4}}{2}$$

$$a=-bc\pm\sqrt{b^2c^2-b^2-c^2+1}$$

2) Также решая квадратное уравнение отн-но b и c получаем:

$$b=-ac\pm\sqrt{a^2c^2-a^2-c^2+1} \qquad c=-ab\pm\sqrt{a^2b^2-a^2-b^2+1}$$

3) $$a\sqrt{b^2c^2-b^2-c^2+1}+b\sqrt{a^2c^2-a^2-c^2+1}+c\sqrt{a^2b^2-a^2-b^2+1}\geq 2\sqrt{abc}$$

подставляем найденные a, b, c:

$$\left(-bc+\sqrt{b^2c^2-b^2-c^2+1}\right)\left(\sqrt{b^2c^2-b^2-c^2+1}\right)+\left(-ac+\sqrt{a^2c^2-a^2-c^2+1}\right)\left(\sqrt{a^2c^2-a^2-c^2+1}\right)+$$

$$+\left(-ab+\sqrt{a^2b^2-a^2-b^2+1}\right)\left(\sqrt{a^2b^2-a^2-b^2+1}\right)\geq 2\sqrt{abc}$$

как?

раскрывая скобки и упрощая выражение:

$$3a^2+3b^2+3c^2+6abc-3abc-2(a^2+b^2+c^2)\geq 2\sqrt{abc}$$

$$a^2+b^2+c^2+3abc\geq 2\sqrt{abc}$$

+

$$a^2+b^2+c^2+3abc\geq 2\sqrt{abc}$$

$$1-2abc+3abc\geq 2\sqrt{abc}$$

$abc - 2\sqrt{abc} + 1 \geq 0$

$(abc - 1)^2 \geq 0$

~~т.к. abc~~ т.к. a, b, c – положительные, то

$(abc - 1)^2 \geq 0$ при любых a, b, c.

Ч.т.д.

Задание № 3

Рассмотрим всевозможные случаи: Не полный перебор.

25

257, 2563, 251, 253

2576, 2574 → 25746 ч.т.д.

2534, ~~2532~~ 2536

25764 ч.т.д., 25768, 25761 → 25761 (на место пробела подходит только 5 или 7, но они уже заняты, значит вариант невозможен)

25341, 25347

25341 (невозможно, т.к. должно быть 5 или 3)

25347 (невозможно, т.к. должно быть 3)

25364 ч.т.д., 25361 → 253617 → 2536178 (невозможно, т.к. $\frac{9}{8-2}$ или $\frac{9}{2-2}$)

257684

~~257683~~ 8 единственное оставшееся число 1 и 3 поэтому 1 и 3

$\frac{4}{8-3}$ или $\frac{4}{8+1}$ значит нельзя.

$\frac{1}{8+2}$ или $\frac{1}{2-8}$

2 5 7 6 9 8 1

~~этот~~ вариант отпадает.

Оставшееся число 4, если его подставить, то такой вариант невозможен. ибо $\frac{8}{7-4}$

Бланк ответов

проверив все случаи, мы убеждаемся, что все другие случаи, где 4 и 6 не рядом, невозможны.

~~Случаи которые реальны. 25764..., 25746..., 25364 25364 ... и вообще везде 46 или 64 25764 стоят рядом.~~

~~1) 25764 938 2)~~

Все Оставшиеся случаи, где 4 и 6 стоят рядом:

1) 25 764....

получаем

25764 938

2) 25746....

невозможно

3) 25 364.....

невозможно

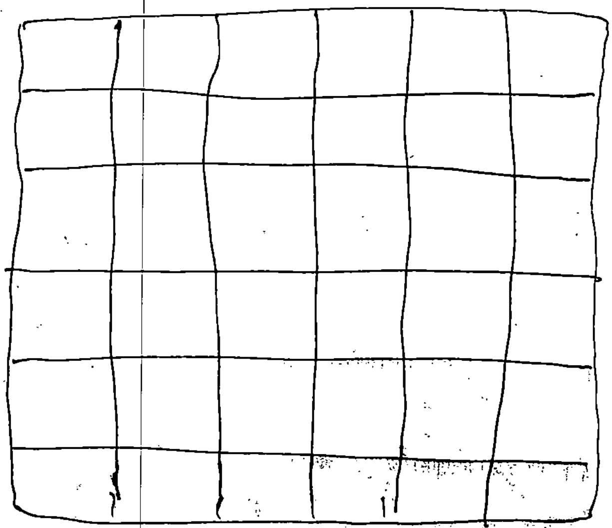
то есть есть только 3 реальный случай, где 4 и 6 как раз стоят рядом

Ответ: ч.т.д.

~~2 → 5 → 7 → 6 → 4 → 8 → 3~~

2 → 5 → 7 → 6 → 4 → 8 → 3 → 9

Задание № 1.



Сумма чисел от 1 до 36:

$$S=\frac{(1+36)\cdot 36}{2}=37\cdot 18=666.$$

если сложить 6 сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали, то мы получим $2S=1332$, т.к. по каждому числу мы пройдемся два раза.

у нас есть 12 послед чисел:

$a_1;\ a_1+d;\ a_1+2d \ldots\ a_1+11d$

$$2S=\frac{(a_1+a_1+11d)\cdot 12}{2}$$

чтобы были числа послед. $d=1$!

$$222=2a_1+11d$$

$$d=\frac{2(111-a_1)}{11}$$

тогда $111-a_1 \vdots 11$

рассм. все случаи для a_1 и соответствующего d:

1) $a_1=100 \to d=2$
2) $a_1=89 \to d=4$
3) $a_1=78 \to d=6$
4) $a_1=67 \to d=8$
5) $a_1=56 \to d=10$
6) $a_1=45 \to d=12$
7) $a_1=34 \to d=14$
8) $a_1=23 \to d=16$
9) $a_1=12 \to d=18$ (невозможно, т.к. $1+2+3+4+5+6>a_1$)

Бланк ответов

1) послед: 100; 102, 104, 106, 108, 110, 112, 114, 116, 118, 120, 122.
невозможно такое получить из чисел 1…36, т.к. 100 слишком больше

2) послед: 89; 93; 97; 101; 105; 109; 113; 117; ~~121~~; 125; 129; 133
невозможно, т.к. все числа большие, и мы не сможем их получить из чисел от 1… до 36

И так с каждой послед…

Также можно рассмотреть четность чисел:
1) 3) 5) 7) 9) → послед четные, а у нас 36 чисел, и мы не сможем в каждом ряду получить четные, т.к. ~~36~~ 18 нечет и 18 чет.

2) 4) 6) 8) → нечетные: Аналогично

где полный перебор?

Перебрав все варианты, приходим к тому, что так сделать нельзя

Ответ: нельзя.

Задание 4.

1	10	14	1^{+}	8	13	2^{+}	19	2^{0}
2	15	19	5^{+}	16	16	6	10	28
3	14	8	17	8	7	8	13	2^{+}
4	5^{+}	9^{+}	5^{0}	6	5^{+}	6	12	6
5	13^{+}	25	7	8	7	11^{+}	7	28
6	3^{+}	9^{0}	5^{+}	9^{+}	[illegible]	6	12	4^{+}
7	13^{0}	24	13^{+}	11^{+}	7	11^{0}	21	11^{+}
8	3^{0}	9^{+}	3^{+}	22	23	4^{+}	12	4^{0}
	1	2	3	4	5	6	7	8

1) Вначале расставим по углам 4 образия:
$64 - 3\cdot 4 = 52$ клетки осталось.

2) Далее мы можем расставить 6 образией, которые будут занимать по 5 клеток
$5\cdot 6 = 30$

3) 5 образией по 4 клетки
$5\cdot 4 = 20$

4) 2 образия по 1 клетке.
$2\cdot 1 = 2$

5) $3\cdot 4 + 5\cdot 6 + 5\cdot 4 + 2\cdot 1 = 64$

1| Вначале расставим по углам по 4 обратна.

$64 - 4 \cdot 3 = 52$ а почему там?

2| Далее мы можем расставить в ~~...~~ оставшемся кубе 6×6; 6 обратней по 5 клеток:

$5 \cdot 6 = 30$.

3| 5 обратней по 4 клетки:

$4 \cdot 5 = 20$

4) Оставшиеся 2 обратня по 1 клетке;

$2 \cdot 1 = 2$.

$4 \cdot 3 + 5 \cdot 6 + 4 \cdot 5 + 2 \cdot 1 = 64$. ; $n = 16 = 4+6+4+2$ ~~...~~+3

Это и есть мин. кол-во обратней.

Ответ: 16.