ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101055092535

Титульный лист

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс: [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия: ЯНБАЕВ

Имя: МАРАТ

Отчество: МАЛИКОВИЧ

Дата рождения: 02 01 2006

Город участия: УФА

Аудитория: 9101

Телефон: +79931363286

Дата: 05 02 2024 Подпись: М. Янб

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101055092535

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ■ 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	20	0	10	–					
Балл члена жюри №2	0	20	0	20	–					

Итоговый балл 35

Подпись члена жюри №1 Ксч

Подпись члена жюри №2 Dlouf

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задача 3: Пусть дан круг 1-2-3-4-5-6-7-8-1. По условию,
мы знаем, что числа 2 и 5 стоят рядом и каждое число ~~и каждое~~
~~число~~ делится на разность соседних чисел.
Получается, что 5-2=3, делится на 3 без остатка. Рассмотрим числа
5 и 6. 5-2=3! ⇒ 3·2·1=6. Значит 6 следует сразу после 5, чтобы
5 делилось на 3 и также 6 делилось на 3. Т.к 6-5=1, и условие требует,
чтобы каждое число делилось на разность без остатка, значит 6 дол-
жен делится на 1 без остатка. Следовательно, числа 4 и 6 стоят рядом
и удовлетворяют условию задачи, т.к любое число делится на 1 без
остатка. Ч.Т.Д.

~~Задача 1. Вычислим сумму всех чисел от 1 до 36, котор~~

•Задание 4: Если мы разделим наш квадрат 2×2. Раскраши-
ваем левый верхний угол в цвет 1, правый верхний угол в цвет
2, правый нижний угол в цвет 3 и левый нижний угол цвет 4,
то оборотни будут бить лишь клетки своего цвета. Клеток
почему?
каждого цвета 16, каждый оборотень может лишь бить до 5 кле-
ток. Получается, нужно минимум 4 оборотня в каждом цвете. ⊖
Значит нужно минимум 16 оборотней

Ответ: 16 оборотней. Пример?

~~Задание 3: Рассмотрим всевозможные случаи.~~

•Задание 1: Вычислим сумму всех чисел от 1 до 36, которая рав-
на $\frac{36\cdot 37}{2}=666$
~~Если каждая из 6 строк или каждый из 6 столбцов должны иметь~~
~~сумму 111. Следовательно основанная только~~
Если каждая из 6 строк или каждый из 6 столбцов должны иметь
сумму, которая является 12 последовательными числами, то сум-
ма каждой строки или столбца составит $\frac{666}{6}=111$ ⊖
Все 6 строки и 6 столбцов должны иметь сумму 111 ~~след.~~ →
это не правда

Следовательно основанная только, это невозможно, т.к 111 не является делителем суммы чисел от 1 до 36.
Таким образом, невозможно расставить числа от 1 до 36 в клетках квадрата 6х6 так, чтобы 6 сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали в некотором порядке являлись 12 последовательными числами.
•Задача 3. Пусть дан круг чисел 1-2-3-4-5-6-7-8-1. Из условия знаем, что числа 2 и 5 стоят рядом и каждое число делится на разность соседних ~~чисел~~ чисел.
Получается, что 5-2=3, делится на 3 без остатка. Рассмотрим числа 5 и 6. $5-2=3 ! \Rightarrow 3\cdot 2=6$. Значит 6 следует сразу после 5. Чтобы удовлетворить данному условию задачи, необходимо чтобы 5 делилось на 3, также 6 делилось на 3. Т.к 6-5=1, и условие требует, чтобы каждое число делилось на разность без остатка, получается, что 6 должно делится на 1 без остатка. Следовательно числа 4 и 6 стоят рядом и удовлетворяют условию задачи. Ч.Т.Д.

Задание 2: $a^2+b^2+c^2+2abc=1$

1) Решим квадратное уравнение относительно a: ~~a^2+~~

$$a^2+a\cdot\underbrace{2bc}_{b}+\underbrace{b^2+c^2-1}_{c}=0$$

$$D=4b^2c^2-4b^2-4c^2+4$$

$$a=\frac{-2bc\pm\sqrt{4b^2c^2-4b^2-4c^2+4}}{2}$$

$$a=-bc\pm\sqrt{b^2c^2-b^2-c^2+1}$$

2) Решаем относительно b и c получаем:

$$b=-ac\pm\sqrt{a^2c^2-a^2-c^2+1} \qquad c=-ab\pm\sqrt{a^2b^2-a^2-b^2+1}$$

3) $a\sqrt{b^2c^2-b^2-c^2+1}+b\sqrt{a^2c^2-a^2-c^2+1}+c\sqrt{a^2b^2-a^2-b^2+1}\geq 2abc$

подставляем найденные a,b,c:

$$\left(-bc+\sqrt{b^2c^2-b^2-c^2+1}\right)\left(\sqrt{b^2c^2-b^2-c^2+1}\right)+\left(-ac+\sqrt{a^2c^2-a^2-c^2+1}\right)\left(\sqrt{a^2c^2-a^2-c^2+1}\right)+\left(-ab+\sqrt{a^2b^2-a^2-b^2+1}\right)\left(\sqrt{a^2b^2-a^2-b^2+1}\right)\geq 2\sqrt{abc}$$

Упростим выражение:

$$3a^2+3b^2+3c^2+6abc-3abc-2(a^2+b^2+c^2)\geq 2\sqrt{abc}$$

$$a^2+b^2+c^2+3abc\geq 2\sqrt{abc}$$

$$1-2abc+3abc\geq 2\sqrt{abc}$$

$$1+abc\geq 2\sqrt{abc}$$ ~~ч.т.д.~~

$$(1+abc)^2\geq 4abc$$

$$1+2abc+a^2b^2c^2\geq 4abc$$

$$1-2abc+a^2b^2c^2\geq 0$$ ч.т.д.

$(1-abc)^2\geq 0$ — удовлетворяется всегда

Бланк ответов