



**ИЗУМРУД**  
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ



3101055092535

### Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия Я Н Б А Е В

Имя М А Р А Т

Отчество М А Л И К О В И Ч

Дата рождения 0 2 0 1 2 0 0 6

Город участия У Ф А

Аудитория 9 1 0 1

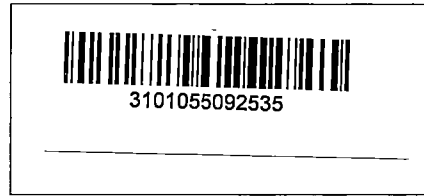
Телефон + 7 9 9 3 1 3 6 3 2 8 6

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



### Проверочный лист

Заполняется участниками

**Направление**

информатика       история       математика  
 обществознание       русский язык       физика  
 химия

**Класс**

8       9       10       11

**Город участия**      У Ф А

### Заполняется организаторами

Количество доп. листов      Количество черновиков к проверке

Время выхода с      :      до      :

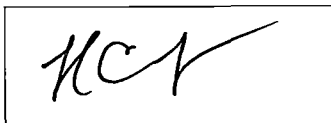
### Протокол проверки

Заполняется жюри

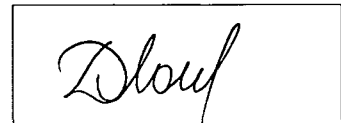
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	0	20	0	10	-					
Балл члена жюри №2	0	20	0	20	-					

**Итоговый балл**      35

Подпись члена жюри №1

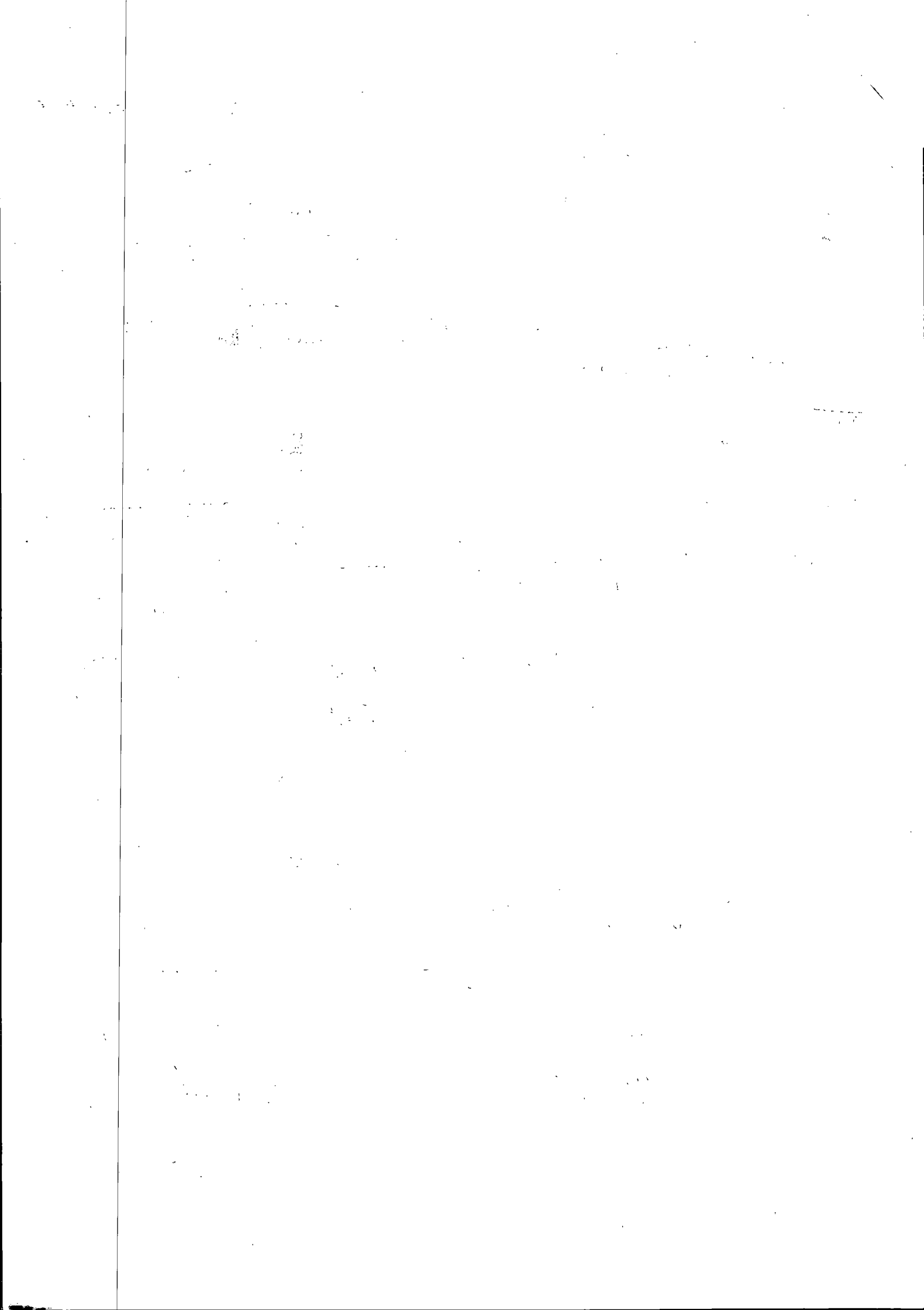


Подпись члена жюри №2



Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Бланк ответов

Задача 3: Пусть дан круг 1-2-3-4-5-6-7-8-1. По условию, мы знаем, что числа 2 и 5 стоят рядом и каждое число и каждое число делится на разность соседних чисел. Получается, что  $5-2=3$ , делится на 3 без остатка. Рассмотрим числа 5 и 6.  $5-2=3! \Rightarrow 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ . Значит 6 следует сразу после 5, чтобы 5 делилось на 3 и также 6 делится на 3. Т.к.  $6-5=1$ , и условие требует, чтобы каждое число делилось на разность без остатка, значит 6 делится на 1 без остатка. Следовательно, числа 4 и 6 стоят рядом и удовлетворяют условию задачи, т.к. любое число делится на 1 без остатка.  $2, 1, 5$

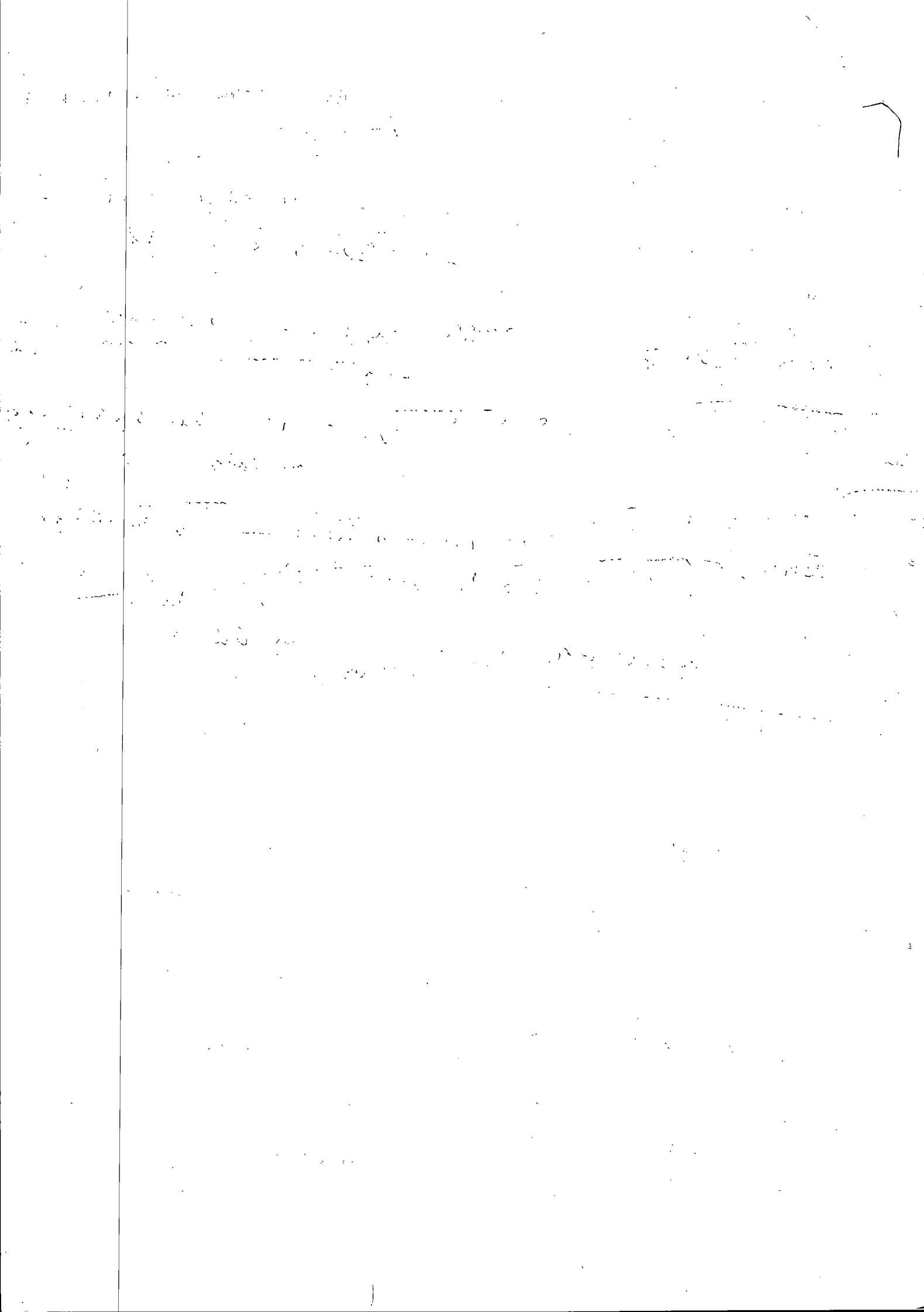
~~Задача 1. Вычислим сумму всех чисел от 1 до 36, котор~~

• Задача 4: Если мы разделим наш квадрат  $2 \times 2$ . Раскрасим левый верхний угол в цвет 1, правый верхний угол в цвет 2, левый нижний угол в цвет 3 и правый нижний угол в цвет 4, то оборотки будут быть лишь клетки <sup>по сути?</sup> своего цвета. Клеток каждого цвета 16, каждый обороток может лишь быть до 5 клеток. Получается, нулею минимизи 4 оборотки в каждой из цветов. Значит нулею минимизи 16 оборотней.

Ответ: 16 оборотней. Пример?

~~Задача 3: Рассмотрим всевозможные случаи.~~

• Задача 1: Вычислим сумму всех чисел от 1 до 36, которая равна  $\frac{36 \cdot 37}{2} = 666$ . Если каждая из 6 строк или каждый из 6 столбцов должны иметь сумму 111. Следовательно основная только. Если каждая из 6 строк или каждый из 6 столбцов должны иметь сумму, которая является 12 последовательными числами, то сумма каждой строки или столбца составит  $\frac{666}{6} = 111$ . Все 6 строк и 6 столбцов должны иметь сумму 111.  $\rightarrow$



## Бланк ответов

Следовательно, основанная только, это невозможно, т.к. 111 не является делителем суммы чисел от 1 до 36.

Таким образом, невозможно расставить числа от 1 до 36 в клетках квадрата  $6 \times 6$  так, чтобы 6 сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали в некотором порядке являлись 12 последовательными числами.

• Задача 3. Пусть дан круг чисел 1-2-3-4-5-6-7-8-1. Из условия знаем, что числа 2 и 5 стоят рядом и каждое число делится на разность соседних ~~чисел~~ чисел.  
 Получается, что  $5-2=3$ , делится на 3 без остатка. Рассмотрим числа 5 и 6:  $5-2=3! \Rightarrow 3-2=6$ . Значит 6 следует сразу после 5. Чтобы удовлетворить данной условию задачи, необходимо чтобы 5 делилось на 3, также 6 делится на 3. Т.к.  $6-5=1$ , и условие требует, чтобы каждое число делилось на разность без остатка, получается, что 6 должно делиться на 1 без остатка. Следовательно числа 4 и 6 стоят рядом и удовлетворяют условию задачи. Т.Т.Ф. —

Задача 2:  $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$

1) Решим квадратное уравнение относительно  $a$ :  ~~$a^2$~~

$$a^2 + a \cdot \underbrace{2bc}_b + \underbrace{b^2 + c^2 - 1}_c = 0$$

$$D = 4b^2c^2 - 4b^2 - 4c^2 + 4$$

$$a = \frac{-2bc \pm \sqrt{4b^2c^2 - 4b^2 - 4c^2 + 4}}{2}$$

$$a = -bc \pm \sqrt{b^2c^2 - b^2 - c^2 + 1}$$

2) Решаем относительно  $b$  и  $c$  получаем:

$$b = -ac \pm \sqrt{a^2c^2 - a^2 - c^2 + 1} \quad c = -ab \pm \sqrt{a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1}$$

3)  $a\sqrt{b^2c^2 - b^2 - c^2 + 1} + b\sqrt{a^2c^2 - a^2 - c^2 + 1} + c\sqrt{a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1} \geq 2abc$   
 подставляем найденные  $a, b, c$ :

$$\begin{aligned} & (-bc + \sqrt{b^2c^2 - b^2 - c^2 + 1})\sqrt{b^2c^2 - b^2 - c^2 + 1} + (-ac + \sqrt{a^2c^2 - a^2 - c^2 + 1})\sqrt{a^2c^2 - a^2 - c^2 + 1} \\ & + (-ab + \sqrt{a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1})\sqrt{a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1} \geq 2\sqrt{abc} \end{aligned}$$

Упростим выражение:

$$3a^2 + 3b^2 + 3c^2 + 6abc - 3abc - 2(a^2 + b^2 + c^2) \geq 2\sqrt{abc}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3abc \geq 2\sqrt{abc}$$

$$1 - 2abc + 3abc \geq 2\sqrt{abc}$$

$$1 + abc \geq 2\sqrt{abc}$$

~~з.т.н~~

$$(1 + abc)^2 \geq 4abc$$

$$1 + 2abc + a^2b^2c^2 \geq 4abc$$

$$1 - 2abc + a^2b^2c^2 \geq 0$$

$$(1 - abc)^2 \geq 0 \text{ — удовлетворяется всегда}$$

з.т.н

+

# Бланк ответов



