ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101778540965

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☒ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия МОЖЕГОРОВ

Имя АНДРЕЙ

Отчество АЛЕКСЕЕВИЧ

Дата рождения 23 06 2010

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория М422

Телефон 89630474938

Дата 05 02 2024 **Подпись** Mossslfa-

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101778540965

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☒ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке 1

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	4	8	0					
Балл члена жюри №2	20	0	4	8	0					

Итоговый балл 32

Подпись члена жюри №1 [подпись] **Подпись члена жюри №2** [подпись]

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№5. — 0б.

Докажем, что у Пети существует возможность играть так, чтобы всегда выигрывать.

1) Найдём все позиции, в которых проигрывает та сторона, чей ход. Поскольку можно двигать любую фишку, то для проигрыша необходимо, чтобы у любой фишки не было хода. Таким образом, возможны две группы окончаний игры: или обе фишки упёрлись друг в друга (а), или обе фишки упёрлись в концы полосок (б). Поскольку фишки двигаются в перпендикулярных направлениях, при этом перекрёсток только один, и клетка перекрёстка не является конечной клеткой одной из полосок, одна из фишек упирается в другую только тогда, когда другая находится на перекрёстке. Но в таком случае другая фишка не может упираться в первую и значит может сделать ход, так как перекрёсток не касается ни одного из краёв полосок. Следовательно, исход а не может иметь места.

2) Порядок ходов не имеет значения, так как независимо от него будет сделано одинаковое число ходов, следовательно, выиграет один и тот же игрок, так как результат игры зависит от чётности числа ходов — если количество ходов кратно двум, значит, последний ход сделал второй игрок, следовательно, он выиграл, иначе то же самое можно сказать про второго игрока.

3) Сумма количества единичных ходов[1] обеими фишками равна $(8-1)\cdot 2 = 14$; такое количество единичных ходов возникает для одной фишки, когда она стоит на первой клетке полоски длиной $14+1=15$ клеток.

4) Всю игру можно представить в виде ~~полоски длиной 15 клеток~~ в начале которой стоит фишка, которую два игрока могут перемещать на одну или две клетки. Выигрывает тот, кто сделал последний ход. Клетки пронумерованы с 1 до 15 включительно.

кет, это не так игра разная

5) Допустим, в начальной позиции лучший ход для Пети — с клетки 1 на клетку 3. Докажем, что после этого Вася всегда проиграет.

6) Допустим, что фишка стоит в клетке с номером n кратном трём. Тогда если Вася переместит её на одну клетку, то ~~Вася~~ следующим ходом переместить её сможет на ~~одну~~ две клетки, а так как $n \vdots 3$, то $n+1+2=n+3 \vdots 3$, если же Вася переместит её на две клетки, то Петя сможет переместить её на одну клетку, и тогда номер клетки, на которой стоит фишка, снова станет равным $n+3$. Васин ход.

[1] единичный ход — ход на одну клетку.

7) Следовательно, у Пети есть способ играть так, чтобы каждый раз после ~~его~~ Васиного и его хода фишка смещалась на 3 клетки. Изначально мы пошли в клетку 3, 3 ⋮ 3. Значит, Петя может заставить фишку ходить так, что она побывает во всех клетках, кратных трём, и каждый раз, когда она там будет, будет Васин ход.

8) 15 ⋮ 3

игра заменена не равносильной игрой;

⇓

9) При такой игре когда фишка будет в клетке № 15 будет Васин ход, но дальше пятнадцатой клетки нет клеток, значит, Вася проиграет.

⇓

10) При игре по вышеуказанному способу Петя всегда будет выигрывать.

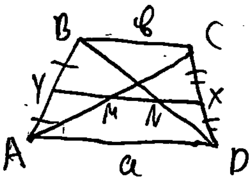
Ответ: Петя может обеспечить себе победу независимо от действий соперника.

N 4.

1) $ab = 7! = 2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7 = 2\cdot3\cdot2\cdot2\cdot5\cdot2\cdot3\cdot7 = 2^4\cdot3^2\cdot5\cdot7.$

2) Предположим, что $a = 84$, $b = 60$. Тогда $MN = \frac{AD}{2} - \frac{BC}{2}$ $(= MX - NX)$, т.к. NX, MX – ср. линии; $MN = \frac{84}{2} - \frac{60}{2} = 42 - 30 = 12$.

$НОД(24;12) = 12$.



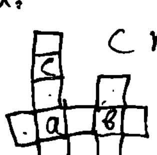
$НОД(84;60) = НОД(60;24) = 12$, т.к. $84 \not\vdots\, 60$; $60 \not\vdots\, 24$; $24 \vdots 12$.

ответ с проверкой 0б.

Ответ: $a = 84$; $b = 60$.

N 1.

1) Приведём пример фигуры, которую можно с помощью удаления трёх клеток разделить на 8 частей, но с помощью удаления четырёх клеток нельзя:



С помощью удаления клеток a, в и c эту фигуру можно разделить на 8 частей, состоящих из одной клетки. Однако всего в этой фигуре 11 клеток, следовательно, при удалении четырёх останется еще 7 клеток. Так как мы можем удалить из целого числа клеток целое, значит, количество клеток в одной части не может быть дробным. Следовательно, из 7-и клеток не может получиться 8 частей, так как 1 часть состоит как минимум из одной клетки, а $8\cdot1 = 8$; $8 > 7$.

⇓

нельзя.

\+ 20б.

Ответ: нет, нельзя.

Бланк ответов

№2 — см. черновик

№3.

0) при $a=0$ или $b=0$ или $c=0$ произойдёт деление на ноль.

1) ~~Допустим~~, что и a, и b, и c — положительные числа. ~~Пб~~ Домножим уравнение на число n так, чтобы в нём не осталось дробей, т.е. чтобы $a \geq 2$; $b \geq 1$; $c \geq 1$. Тогда $|a^3 - b^3| = |(a-b)(a^2+ab+b^2)| \geq 7$, т.к. при увеличении a и b увеличивается и результат.

Тогда $\left|\frac{n}{bc} - \frac{n}{ca}\right| = \underbrace{|(a-b)(a^2+ab+b^2)| = |(a-c)(a^2+ac+c^2)|}_{\text{при условии, что } c>0,}$ $= |(b-c)(b^2+bc+c^2)|$

числа не обязательно целые!!

$b=c$, что противоречит условию.

2) Допустим, что у каких-нибудь двух этих чисел отрицательное значение. Тогда или $a^3 + \frac{1}{bc}$ (при $b<0$ и $c<0$) или $b^3 + \frac{1}{ac}$ (при $c<0$ и $a<0$) или $c^3 + \frac{2}{ab}$ (при $a<0$ и $b<0$) больше нуля, ~~а осталь~~ т.к. является результатом сложения положительных чисел, а остальные две — отрицательными, т.к. являются результатом сложения отрицательных чисел. ~~4б.~~

это также противоречит условию.

↯

3) Или a, или b, или c — отрицательное число, при этом не может быть такого, что сразу два или три из них — отрицательные

ч. т. д.

Бланк ответов

$v_1(x+2) = v_2(2x+8)$ Пусть x — искомое время

$t_{общ.} = 2x+8$

$t_{общ.\ м.} = x+8\ (x+2)$

$v_1 x + 2\cdot v_1 = \cancel{2 v_2} + 2\cdot v_2\cdot x + 8\cdot v_2$

$2(v_2\cdot x + 6\cdot v_2) = v_1 x + 2\cdot v_1$

$v_2\cdot(x+2) + 6\cdot v_2 = v_1(x+1)$

$v_1(x+1) = \frac{v_1 x + 2\cdot v_1}{2} + v_2$

на проверку.

$\cancel{2\cdot v_1(x+1)}$ $2\cdot v_2(x+2) = v_1 x + 2\cdot(v_1+v_2)$

$2\cdot v_1 x + 2\cdot v_1 = v_1 x + 2\cdot(v_1+v_2)$

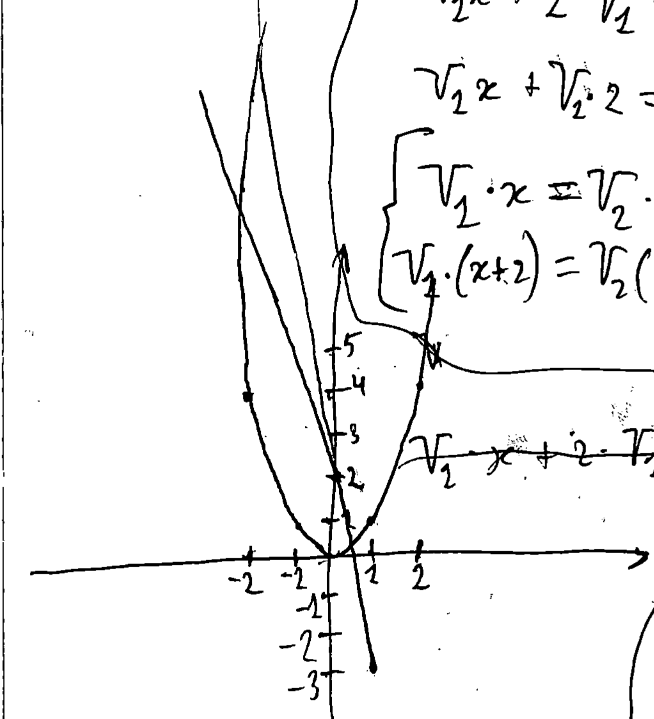
$v_1 x + v_1\cdot 2 = 2v_1 + v_2\cdot 2$

$$\begin{cases} v_1\cdot x = v_2\cdot 2 \\ v_1\cdot(x+2) = v_2(2x+8) \end{cases}$$

$$v_1\cdot x = v_2\cdot 2$$

$$\begin{cases} v_1(x+2) = v_2(x+2) + 6v_2 \\ v_1\cdot x + v_1 = v_2\cdot x + 7\cdot v_2 \end{cases}$$

— Об.



$\cancel{v_1\cdot x + 2\cdot v_1 =}$

x	0	1
y	2	-3

$v_1 = v_2\cdot x + 5\cdot v_2$

$x(v_2\cdot x + 5\cdot v_2) = v_2\cdot 2$

$v_2\cdot x^2 + 5x\cdot v_2 = v_2\cdot 2$

$v_2(5x + x^2) = 2\cdot v_2$

$x^2+5x=2$

$x^2 = 2-5x$ Ответ: $x^2+5x=2$