

Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия П Р О К О Ш Е В

Имя М А К С И М

Отчество О Л Е Г О В И Ч

Дата рождения 0 1 0 6 2 0 0 6

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория 4 2 5

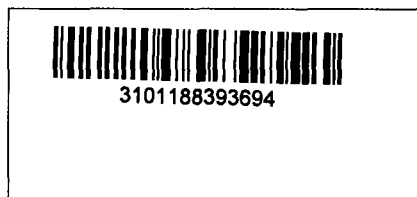
Телефон 8 9 2 1 7 8 0 0 6 1 3

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке
 Время выхода с : до :

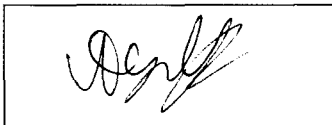
Протокол проверки

Заполняется жюри

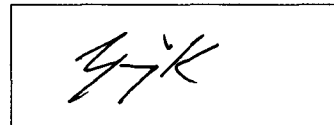
Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	20	0					
Балл члена жюри №2	20	20	0	20	12					

Итоговый балл 66

Подпись члена жюри №1



Подпись члена жюри №2



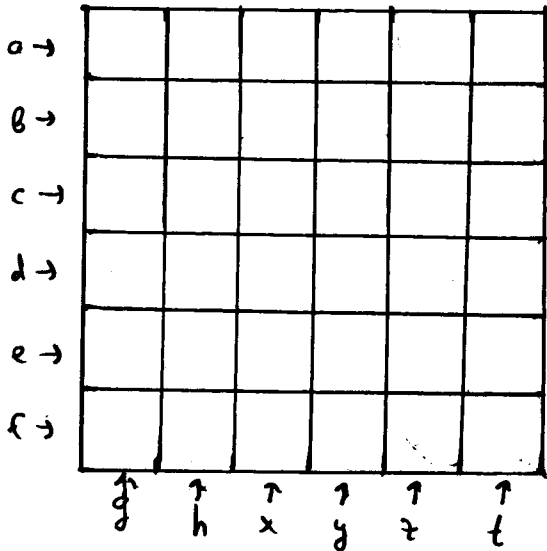
Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Бланк ответов

Стр. 1
Задача 1.



a, b, c, d, e, f - суммы горизонталей
g, h, x, y, z, t - суммы вертикалей

$$a+b+c+d+e+f+g+h+x+y+z+t = 1+2+3+\dots+36 = \frac{1+36}{2} \cdot 36 = \frac{36 \cdot 37}{2}$$

12 последовательных чисел. Тогда

S - первое число

S+1 - второе число

S+11 - двенадцатое число

$$S + S+1 + S+2 + \dots + S+11 = \frac{S+S+11}{2} \cdot 12 = (2S+11) \cdot 6$$

$= a+b+c+d+e+f+g+h+x+y+z+t = \frac{36 \cdot 37}{2} + \frac{36 \cdot 37}{2} = 36 \cdot 37$

$$2S+11 = 6 \cdot 37 = 222 \Leftrightarrow 2S = 211 \Leftrightarrow S = \frac{211}{2} = 105,5 \notin \mathbb{N}$$

Значит, нельзя, т.к. S / число / $\notin \mathbb{N}$

ответ: Нет

т.к. всего элементов (сам по себе) имеющее (или) как бы элементов (t)

Задача 3.

Представим как разность чисел от 1 до 8. Рассмотрим 6 случаев:

- 3-2-1
- 4-3-2
- 5-4-3
- 6-5-4
- 1-2-6
- 8-7-6

3 1 2 5 (X)
4 1 3 2 5 7 6 (X)
5 2 3 4 3 8 (X)
6 3 7 6 1 5 2 4 (X)
7 7 1 6 7 3 8 4
8 8 1 7

2 % (5-1) ϕ
3 : 1
3 : 3 \Rightarrow разд с 3-2, т.к. 4 уже есть
еще разд 5, дальше 7, дальше 6, остается меньше
8 4 4 - 8
4 % (8-1), значит ϕ

Значит рассматриваем остальные случаи.

8 ϕ 7 % (8-6) ϕ
из ϕ 6 1 5 2 7 3 8 4 подходит (V)
7 3 6 1 5 2 4 8 не подходит
4 6 1 5 2 3 8 7 не подходит
из ϕ 8 4 7 3 5 2 7 1 6 не подходит
3 5 2 7 1 6 подходит (V)
8 4 7 3 5 2 7 1 6 не подходит
3 5 2 7 1 6 подходит (V)
8 4 7 3 5 2 7 1 6 не подходит
2 5 8 7 1 6 подходит (V)
4 2 5 3 8 7 1 6 подходит (V)

стр. 3

$$\angle AEM = 180^\circ - \alpha - \alpha = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\angle FEA + \angle AEM = 2\alpha + 180^\circ - 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow \angle FEA \text{ и } \angle AEM \text{ - смежные} \Rightarrow$$

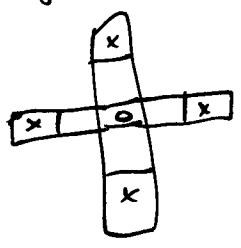
$$\left. \begin{array}{l} E \in MF \\ K \in FE \end{array} \right\} \Rightarrow K \in MF$$

~~Итак, мы доказываем с группой~~
~~сторона~~ стороны, что

$$\left. \begin{array}{l} F \in NE \\ K \in FE \end{array} \right\} \Rightarrow K \in NE$$

$$\left. \begin{array}{l} K \in MF \\ K \in NE \end{array} \right\} \Rightarrow K \in MN, \text{ 2-м-г.}$$

Задача 4.



1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4

рис. 1

клетка каждого цвета: $\frac{64}{4} = 16$

один оборотень цвет ≤ 5 клеток

Значит, оборотней $\geq \frac{16}{5} = 3,2$, т.е. ≥ 4 , т.к. $\overset{\text{ка-во}}{\text{оборотней}} \in \mathbb{N}$

Всего оборотней $\geq 4 \cdot 4 = 16$

8) Пример на 16 оборотней.

построен (см. рис. 2)

Ответ: 16 оборотней

+

а)
 оценка,
 записка для 8x8 (см. рис. 1)
 заметим, что оборотень
 берет клетки только!!!
 одинаковых цвет (цвета)
 Всего клеток $8 \cdot 8 = 64$

$$\begin{array}{r} 16 \cdot 5 \\ - 15 \cdot 3 \\ \hline 1 \end{array}$$

1	5	1	5	1	5	4	8
9	13	9	13	9	13	12	16
2	6	1	5	4	8	4	8
10	14	9	13	12	16	12	16
2	6	2	6	3	7	4	8
10	14	10	14	11	15	12	16
2	6	3	7	3	7	3	7
10	14	11	15	11	15	11	15

рис. 2

стр. 2

Бланк ответов

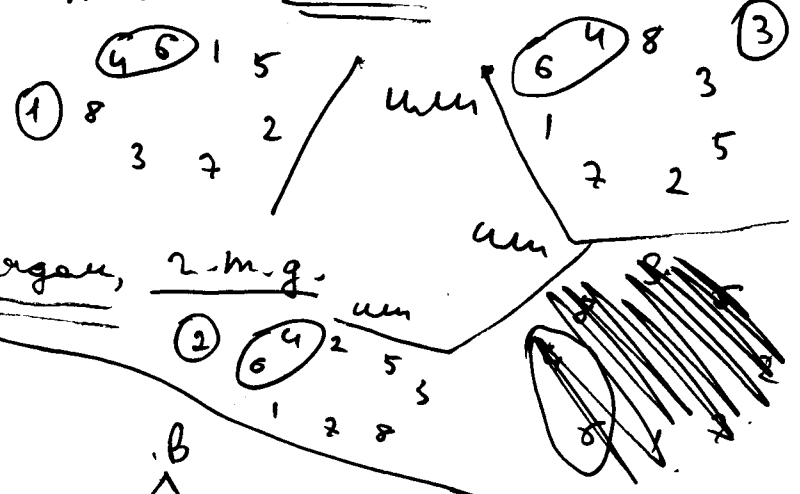
817 2 5 3 5/4 не подходит

$\begin{cases} 6 \div (8-3) \\ 4 \div (8-3) \end{cases}$

из (e)

Итак, допустимые расстановки только:

- 1) 61527384
- 2) 42538716
- 3) 48352716
- ~~4) 352716~~

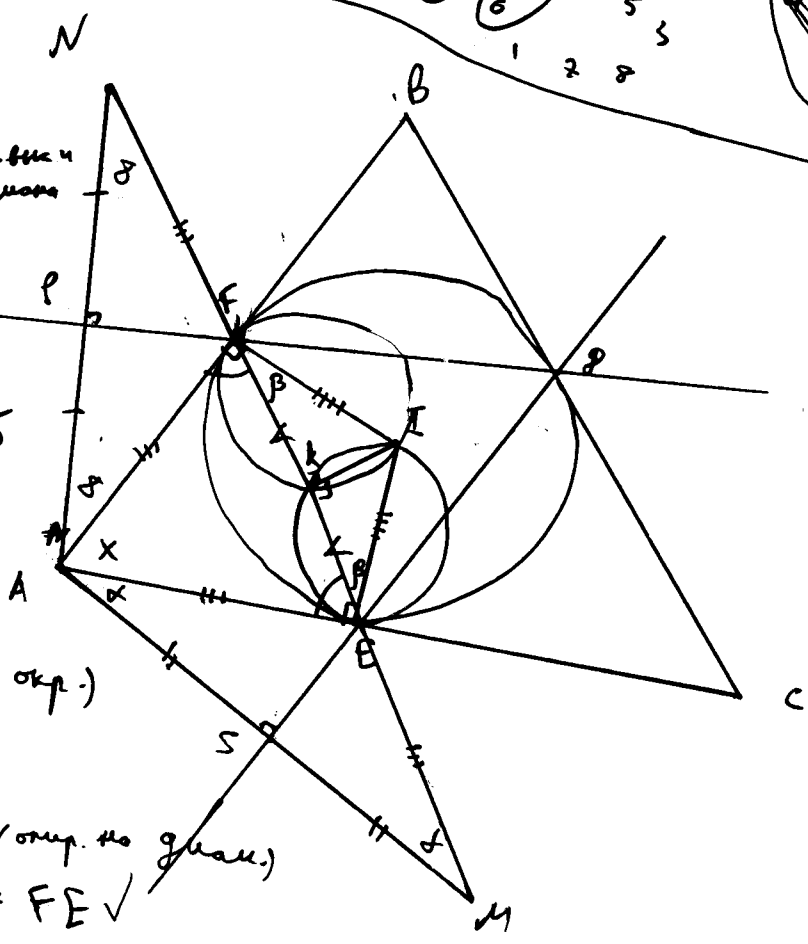


6 4 4 стоят рядом, 2-м.г.

Задача 5.

(!) $K \in MN$

$NP = AP; FP \perp AN \Rightarrow PF$ - биссектриса и медиана
 $AS = SM$
 $ES \perp AM \Rightarrow ES$ - высота и медиана
 ES - высота и медиана
 $\Rightarrow \triangle NFA$ и $\triangle MEA$ \sim
 $\Rightarrow NF = AF$
 $AE = EM$
 $AF = AE$ (внеш. кас. окр.)
 $\Rightarrow NF = AF = AE = EM \checkmark$
 $\angle FKI = \angle EKI = 90^\circ$ (отпр. по гном.)
 $\Rightarrow \angle FKE = 180^\circ \Rightarrow K \in FE \checkmark$
 $FI = IE = r \Rightarrow \triangle FIE$ - \triangle
 } $\angle AMN = \delta$
 } $\angle KFI = \beta \Rightarrow \angle FBA = 90^\circ - \beta$ (касательная к окружности)
 } $\angle MFA = 90^\circ - \beta$ (касательная к окружности)
 } $\angle FAE = x$



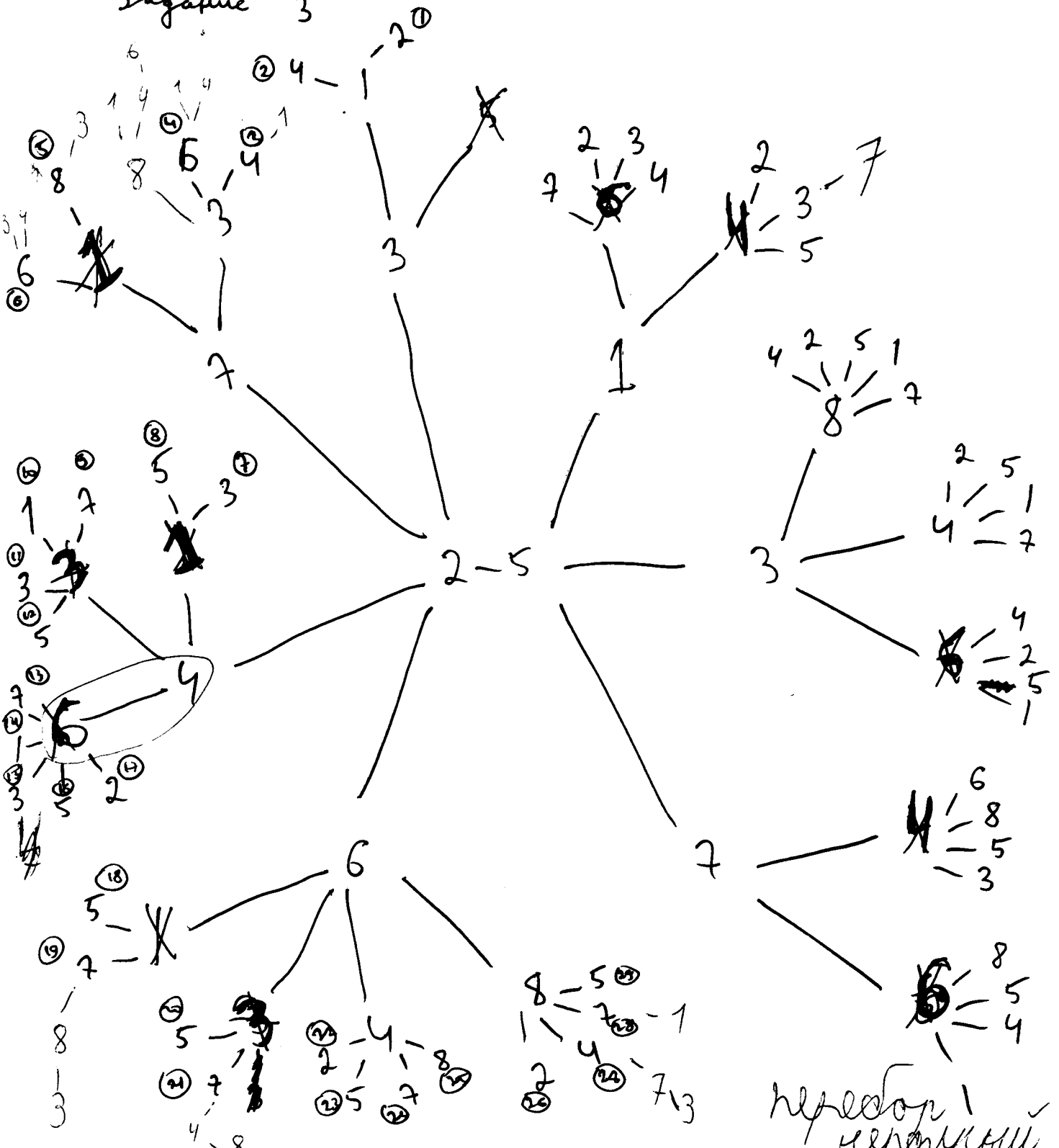
$\angle FAB + \angle CAM + \angle AMF + \angle MFA = 180^\circ$ ($E \in \Delta$)
 $x + \delta + \delta + 90^\circ - \beta = 180^\circ$
 $x = 90^\circ + \beta - 2\delta$
 Из $\triangle AFE$:
 $x = 180^\circ - 2(90^\circ - \beta) = 180^\circ - 180^\circ + 2\beta = 2\beta$
 $90^\circ + \beta - 2\delta = 2\beta \Leftrightarrow 90^\circ = \beta + 2\delta \Rightarrow 90^\circ - \beta = 2\delta \Rightarrow \angle FEA = 2\delta$

Смп-4

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$$

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} = 2abc$$

Задача 3



Сложны решение на

рекурсия
переходы
Смп. 1-2

стр. 5

Задача 2.

Дано: $a^2 + b^2 + c^2 + abc = 1$

(!) $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$

$a, b, c > 0$

~~$a^2 + b^2 + c^2 + abc = 1$~~
 ~~$abc = \frac{1}{8}$~~
 ~~$2\sqrt{abc} = \frac{1}{2}$~~
 ~~$2\sqrt{abc} \leq \frac{1}{2}$~~
 ~~$\frac{1}{2} \leq \frac{1}{2}$~~

~~$a\sqrt{(a^2+c^2+abc)/(b^2+abc)} + b\sqrt{(a^2+b^2+abc)/(b^2-c^2+abc)} + c\sqrt{(b^2+c^2+abc)/(a^2+c^2+abc)}$~~
 ~~$a^2 + c^2 + abc = 0$~~
 ~~$a^2 + abc + c^2 = 0$~~
 ~~$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$~~

~~$abc = \frac{1}{8}$~~
 ~~$a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}, c = \frac{1}{2}$~~
 ~~$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$~~

Решение: $\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} = \sqrt{1-b^2-c^2+b^2c^2} = \sqrt{a^2+2abc+b^2c^2} = (a+bc)^2$

тогда $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} =$
 $= a\sqrt{1-b^2-c^2+b^2c^2} + b\sqrt{1-c^2-a^2+a^2c^2} + c\sqrt{1-a^2-b^2+a^2b^2} =$
 $= a\sqrt{a^2+2abc+b^2c^2} + b\sqrt{b^2+2abc+a^2c^2} + c\sqrt{c^2+2abc+a^2b^2} =$
 $= a\sqrt{(a+bc)^2} + b\sqrt{(b+ac)^2} + c\sqrt{(c+ab)^2} =$
 $= |m.k. a, b, c > 0| = a(a+bc) + b(b+ac) + c(c+ab) =$

стр. 6

$$= a^2 + abc + b^2 + abc + c^2 + abc = a^2 + b^2 + c^2 + 3abc =$$
$$= 1 - 3abc + 3abc = 1 + abc \quad (1)$$

$$\frac{1+abc}{2} \geq \sqrt{abc} \quad / \text{среднее арифметическое}$$

Большее либо равно!
~~Среднее~~ \geq среднее геометрическое!

по неравенству КБШ

Свойство:

$$\frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \geq \sqrt[n]{x_1 x_2 \dots x_n}$$

$$\updownarrow$$
$$1+abc \geq 2\sqrt{abc} \quad (2)$$

\updownarrow из (1) и (2)

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc},$$

это и требовалось доказать

+