

Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия Х Л Е Б И Н А

Имя И Р И Н А

Отчество А Н Д Р Е Е В Н А

Дата рождения 1 7 1 0 2 0 0 5

Город участия Ч Е Л Я Б И Н С К

Аудитория 2 5 9

Телефон 7 9 5 2 5 1 2 1 5 8 1

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист
Заполняется участниками

Направление

<input type="checkbox"/> информатика	<input type="checkbox"/> история	<input checked="" type="checkbox"/> математика
<input type="checkbox"/> обществознание	<input type="checkbox"/> русский язык	<input type="checkbox"/> физика
<input type="checkbox"/> химия		

Класс

<input type="checkbox"/> 8	<input type="checkbox"/> 9	<input type="checkbox"/> 10	<input checked="" type="checkbox"/> 11
----------------------------	----------------------------	-----------------------------	--

Город участия Ч Е Л Я Б И Н С К

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
Балл члена жюри №2	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20

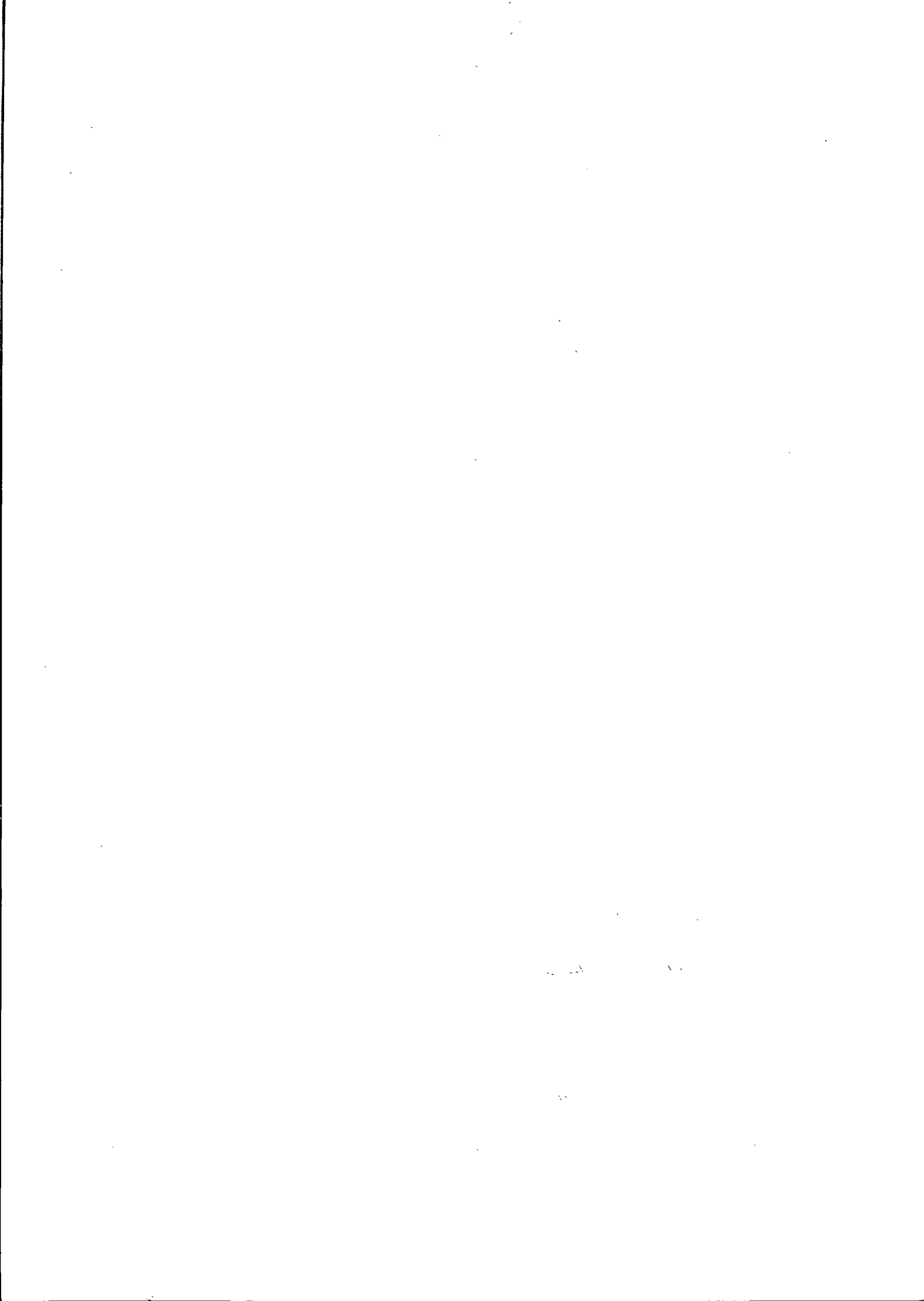
Итоговый балл 100

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Бланк ответов

Задача 1

Пусть можно и 12 сумм будут образовывать последовательные числа от x до $x+11$. Тогда их сумма: $\frac{(x+(x+11)) \cdot 12}{2} = (2x+11) \cdot 6$

Также это сумма всех вертикалей и горизонталей. Сумма всех вертикалей, как и горизонталей, равна сумме всех клеток. Сумма всех клеток это сумма чисел от 1 до 36: $\frac{(1+36) \cdot 36}{2} = \frac{36 \cdot 37}{2}$.
То есть сумма всех сумм: $\frac{36 \cdot 37}{2} \cdot 2 = 36 \cdot 37$.

Приравняем 2 числа, обозначающих одно и то же:

$$36 \cdot 37 = 6 \cdot (2x + 11)$$

$$\frac{6 \cdot 37}{:2} = \frac{2x + 11}{:2}$$

чётное нечётное

Заметим, что т.к. 6 чётное, то $6 \cdot 37$ будет чётным числом, а $2x + 11$ нечётное, т.к. это сумма чётного ($2x$) и нечётного (11).

Значит это равенство невозможно, противоречие \Rightarrow расставить так числа нельзя.

Задача 2

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1 \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 - c^2 - 2abc & (1) \\ a^2 + c^2 = 1 - b^2 - 2abc & (2) \\ b^2 + c^2 = 1 - a^2 - 2abc & (3) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-a^2)(1-c^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} = a\sqrt{(1-b^2-c^2+b^2c^2)} + \\ & + b\sqrt{(1-a^2-c^2+a^2c^2)} + c\sqrt{(1-a^2-b^2+a^2b^2)} = a\sqrt{(1-1+a^2+2abc+b^2c^2)} + \\ & + b\sqrt{(1-1+b^2+2abc+a^2c^2)} + c\sqrt{(1-1+c^2+2abc+a^2b^2)} = a\sqrt{a^2+2abc+b^2c^2} + \\ & + b\sqrt{b^2+2abc+a^2c^2} + c\sqrt{c^2+2abc+a^2b^2} = a\sqrt{(a+bc)^2} + b\sqrt{(b+ac)^2} + c\sqrt{(c+ab)^2} \\ & \text{без модулей, т.к. числа положительные} \\ & = a(a+bc) + b(b+ac) + c(c+ab) = a^2 + b^2 + c^2 + 3abc = (a^2 + b^2 + c^2 + 2abc) + abc \\ & = abc + 1 \geq 2\sqrt{abc} \end{aligned}$$

↑
пер-во из средних
арифметическим
и ср. геометрическим

или КБШ: $(\sqrt{abc} + 1)^2 \geq 0$

$$\sqrt{abc} + 2\sqrt{abc} + 1 \geq 0$$

$$\underline{\underline{abc + 1 \geq 2\sqrt{abc}}}$$

Следующие задачи на стр. 2



Бланк ответов

Задание 3

4 делится на 4, 2, 1. Также заметим, что можно считать, что большее число от 4 слева, остальные случаи сим-мы

Разность соседей 4 равна 4: $x-4-(x-4)$

$x=8$

8 4 4

$x=7$

7 4 3

$7: |t-4| \Rightarrow t=3 \emptyset$ уже есть
 \neq иначе $t=11$ $t=5$, а $c=5 \Rightarrow$
 или -3 стоит 2

$a = \begin{bmatrix} 1 & 4 \times 2 \\ 6 & 3 \times 6 - 4 = 2 \\ 8 & 3 \times 8 - 4 = 4 \end{bmatrix}$

$a=1$

2 5 7 a
5 7 4 3

$x=6$

Если этот случай верен, то 4 и 6 стоят рядом

6 4 2

$x=5$

$5 \times 4 - 2 = 2$

$(x-4) \geq 1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow x \geq 5 \Rightarrow \checkmark$
 $x \in [1; 4]$ не подходит

2 5 4 1

$b = \begin{bmatrix} 6 \\ 8 \end{bmatrix}$

$1 \times 6 - 3 = 3$
 $1 \times 8 - 3 = 5$

2 b 1
5 7 4 3

$x \neq 7 \checkmark$

Разность соседей 4 равна 2: $y-2-(y-2)$

$y=8$
 $y-2=6 \Rightarrow$ уже не верно

$y=7$

$5 \times 4 - 2 = 2$

$y=6$
 уже не верно

7 4 5

$y=5$

$a = 1 \quad 3: 4-1=3(1)$
 $a = 6 \quad 3 \times 6 - 4 = 2$
 $a = 7 \quad 3: 7-4 = 3(2)$
 $a = 8 \quad 3 \times 8 - 4 = 4$

2 5 4 3

$y=4$

2 числа повторяются $\emptyset \checkmark$

$y=3$

$1: |4-a| \Rightarrow |4-a|=1$

$\begin{cases} a=5 \\ a=3 \end{cases}$ уже стоит

$3: |4-b| \Rightarrow$
 $\Rightarrow |4-b|=3$
 $|4-b|=1$

$\begin{cases} b=7 \\ b=1 \\ b=3 \\ b=5 \end{cases}$ уже стоит

3 4 1

2 5 4 3

2 c 7
5 4 3

(1) $b = \begin{bmatrix} 6 \\ 7 \end{bmatrix}$

$b=6 \quad 1 \times 6 - 3 = 3$
 $b=7 \quad 1 \times 7 - 3 = 4$
 $b=8 \quad 1 \times 8 - 3 = 5$

$\begin{cases} c=1 \quad 7 \times 3 - 1 = 2 \\ c=6 \quad 7 \times 6 - 3 = 3 \\ c=8 \quad 7 \times 8 - 3 = 5 \end{cases}$

$y-2 \geq 1 \Rightarrow y \geq 3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \begin{cases} y=1 \\ y=2 \end{cases}$ не подходят

Разность соседей 4 равна 1: $z-4-(z-1)$

$z=8$

$7: |4-a| \Rightarrow \begin{cases} |4-a|=7 \\ |4-a|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=11 \\ a=-3 \emptyset \\ a=3(1) \\ a=5(2) \end{cases}$

8 4 a

(5) $\begin{cases} c=1 \quad 3 \times 8 - 1 = 7 \\ c=6 \quad 3 \times 6 - 2 = 2 \end{cases}$

c 2
3 5
8 4 7

$3: |b-7| \Rightarrow \begin{cases} |b-7|=3 \\ |b-7|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=10 \emptyset \\ b=4 \\ b=8 \text{ уже есть} \\ b=6 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} b=1 \quad 8 \times 4 - 1 = 3 \\ b=3 \quad 8: 4 - 3 = 1(5) \\ b=6 \quad 8: 6 - 2 = 6 \end{cases}$

2 5
8 4 7

(3) $2 \times 8 - 5 = 3$

5 1 6
2 8 3
8 4 7

(4) $5 \times 8 - 2 = 6$

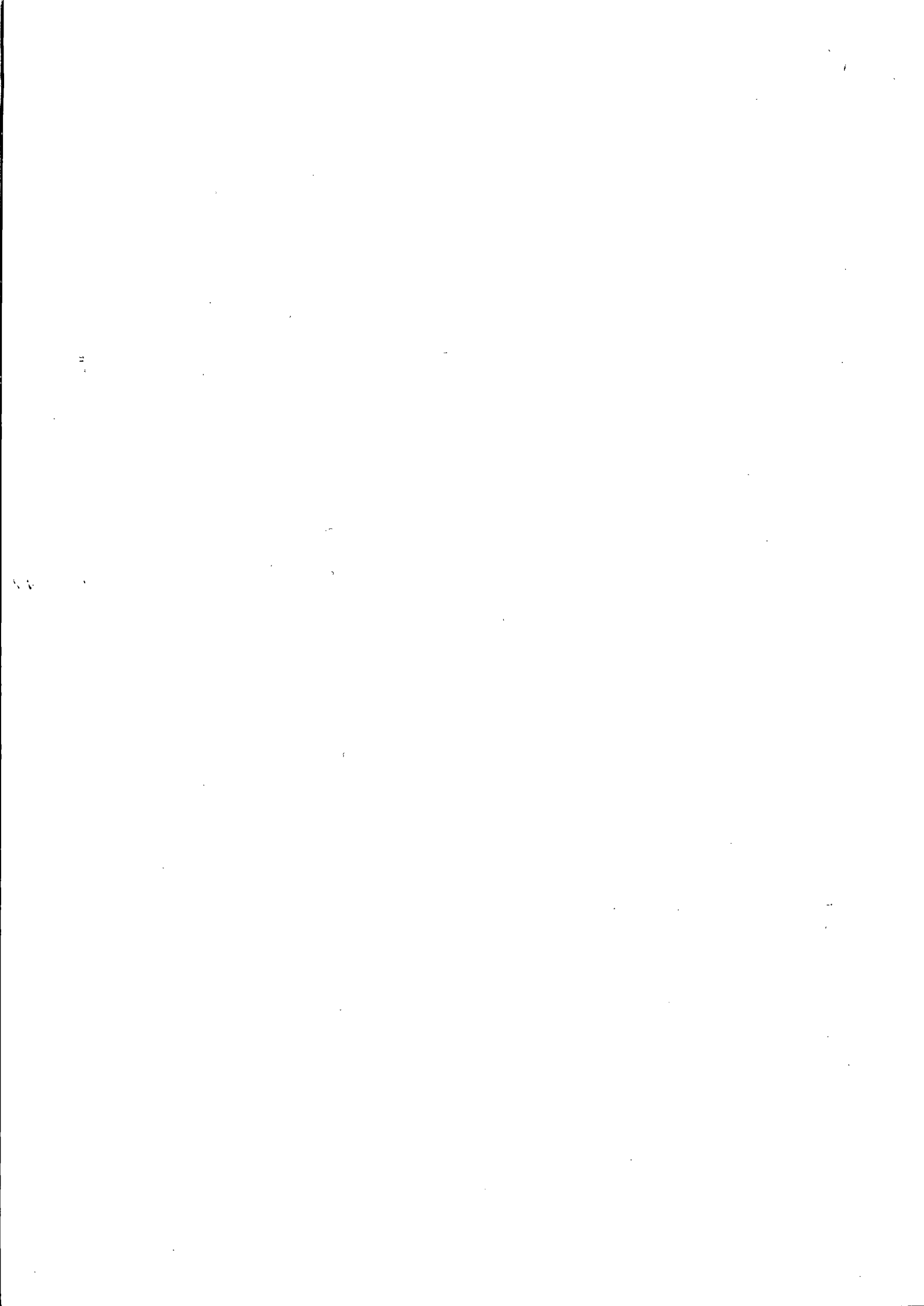
2 1 6
5 8 3
8 4 7

$\begin{cases} c=1 \quad 8 \times 4 - 1 = 3 \\ c=2 \quad (8) \\ c=5 \quad (4) \end{cases}$

(6) $\begin{cases} c=1 \quad 6 \times 8 - 1 = 7 \\ c=3 \quad 6 \times 8 - 3 = 5 \end{cases}$

c 2
6 5
8 4 7

Продолжение на стр. 3



Бланк ответов

$z=7 \Rightarrow z-1=6 \Rightarrow$ 4 и 6 рядом

$z=6 \Rightarrow$ 4 и 6 рядом

$z=5 \Rightarrow z-1=4$ уже стоит

$z=4$ уже стоит

$z=3$

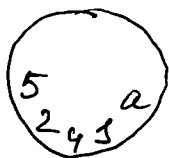


$3: |4-a| \Rightarrow \begin{cases} |4-a|=3 \\ |4-a|=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=7 (1) \\ a=1 (2) \\ a=3 \\ a=5 \end{cases}$ уже стоит

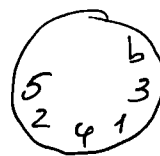
(1) $\begin{cases} b=1 & 7 \times 3 - 1 = 2 \\ b=6 & 7 \times 6 - 3 = 3 \\ b=8 & 7 \times 8 - 3 = 5 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} b=6 & 6 \times 3 - 1 = 3 \\ b=7 & 1 \times 7 - 3 = 4 \\ b=8 & 1 \times 8 - 3 = 5 \end{cases}$

$z=2$



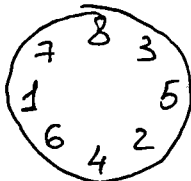
$1: |4-a| \Rightarrow |4-a|=1 \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ a=5 \end{cases}$ уже стоит



$\begin{cases} b=6 & 3 \times 6 - 1 = 5 \\ b=7 & 3 \times 7 - 1 = 6 \\ b=8 & 3 \times 8 - 1 = 7 \end{cases}$

$z \neq 1$ т.к. $z-1=0, a(z-1) \geq 1$.

Разобраны все варианты \Rightarrow если 2 и 5 рядом, то 4 и 6 тоже, пример:



$\begin{aligned} 8: 7-3=4 \\ 3: 8-5=3 \\ 5: 3-2=1 \\ 2: 5-4=1 \\ 4: 6-2=4 \\ 6: 4-1=3 \\ 1: 7-6=1 \\ 7: 8-1=7 \end{aligned}$

Задача 4.

Раскрасим доску в 4 цвета:

1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4
1	2	1	2	1	2	1	2
3	4	3	4	3	4	3	4

При такой раскраске оборотень бьет только клетки того же цвета, на котором стоит.

Клеток любого цвета 16, оборотень бьет 5 клеток.

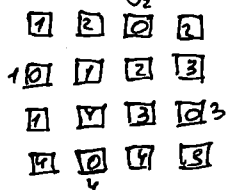
Значит на один цвет нужно хотя бы 4 оборотня, чтобы все клетки были побиты (т.к. $5 \cdot 3 = 15 < 16$)

На всю доску нужно хотя бы $4 \cdot 4 = 16$ оборотней

\Rightarrow Минимальное количество 16, пример:

				00			
				00			
00							
00							
						00	
						00	
		00					
		00					

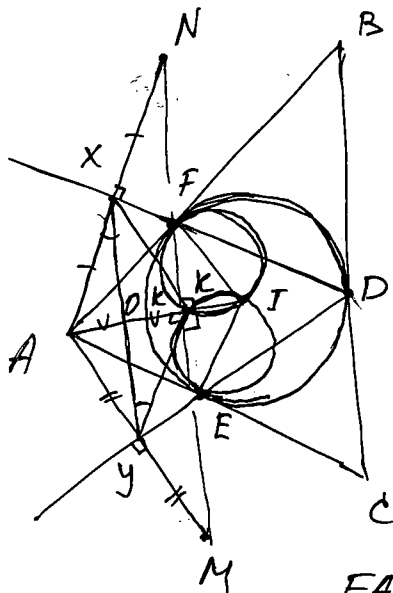
Тогда для каждого цвета: \Rightarrow все клетки побиты.



0 - оборотень
 $\{1, 2, 3, 4\}$ - клетка побита
 1, 2, 3, 4 - оборотни

Задача 5 см. на обороте

Задание 5



$X = AN \cap FD \Rightarrow X$ - середина AN
 $Y = AM \cap DE \Rightarrow Y$ - середина AM

$\Rightarrow XY$ - средняя линия $\Delta AMN \Rightarrow XY \parallel MN \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AXY = \angle ANM$
 $\angle ANM = 90^\circ - \angle NFX = 90^\circ - \angle AFX = 90^\circ - \angle BFD = 90^\circ - \left(\frac{180^\circ - \angle B}{2} \right) = \frac{\angle B}{2}$

Аналогично $\angle AXY = \frac{\angle C}{2}$

IE - диаметр $\Rightarrow \angle IKE = 90^\circ$
 Аналогично $\angle IKF = 90^\circ \Rightarrow F, K, E$ - одна прямая, K - середина, т.к.

IK - высота в равн. ΔFIE ($IF = IE$ как радиусы)

$FA = AE$ как отрезки касательных $\Rightarrow AK$ - высота равн. $\Delta \Rightarrow$

A, K, I - одна прямая

$\angle AKE = 90^\circ$
 $\angle AYE = 90^\circ \Rightarrow AK \perp YE$ - виссанный $\Rightarrow \angle AYK = \angle AEK = 90^\circ - \frac{\angle A}{2} \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle AYK = \angle AXY + \angle AXYK \Rightarrow \angle XYK = \angle AYK - \angle AXY = \left(90^\circ - \frac{\angle A}{2} \right) - \frac{\angle C}{2} = \frac{\angle B}{2}$
 $= \frac{\angle A + \angle B + \angle C}{2} - \frac{\angle A}{2} - \frac{\angle C}{2} = \frac{\angle B}{2} \Rightarrow \angle XYK = \angle AXY \Rightarrow AX \parallel KY$
 Аналогично $XK \parallel AY \Rightarrow AXKY$ - параллелограмм

$\Rightarrow AK \cap XY = O$

O - середина AK

Сделаем гомотетию отн-но т. A с коэф. $2: X \rightarrow N$

$Y \rightarrow M$

$O \rightarrow K$ т.к.

т.к. X - середина AN ,

т.к. Y - середина AM) O - середина AK

\Rightarrow т.к. $O \in XY \Rightarrow K \in MN$

по св-ву гомотетии

