ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101397348930

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия ЧУРИЛОВ

Имя ПАВЕЛ

Отчество АРТЕМОВИЧ

Дата рождения 16 08 2008

Город участия ПЕРМЬ

Аудитория 115

Телефон 89223002035

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101397348930

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия ПЕРМЬ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	8	20	–					
Балл члена жюри №2	20	0	8	20	–					

Итоговый балл 48

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№3 изначально было $\overline{abcd}$ руб $)229$
после ~~229~~ стало $\overline{eeef}$ руб $)229$
в итоге осталось $\overline{hjjj}$ руб

Заметим, что после 1-й и 2-й покупки цифры в разрядах десятков и сотен в числах равны, а значит либо через каждую из них случился переход через десяток, либо ни через одну не случился.

Если переходов не случался, то $j = 0$ (т.к. $9+0=9$) ✓ док-ва не видно (докажем, почему не может быть позднее)

Если же он случался, то $j = 9, 8$ (т.к. $\begin{array}{r} h999 \\ +\ 229 \\ \hline \overline{h{+}1}\,228 \end{array}$, ~~если~~ $\begin{array}{r} h888 \\ +\ 229 \\ \hline \overline{h{+}1}\,117 \end{array}$; если $j=7$ то

$\begin{array}{r} h777 \\ +\ 229 \\ \hline \overline{h{+}1}\,006 \end{array}$, ~~но h=~~ $\Rightarrow \bar{e}=0 \Rightarrow \overline{h{+}1}=0$, но это невозможно $\Rightarrow j \neq 7$)

Зная, какие значения может принимать j, рассчитаем $\overline{abcd}$:

$j=0$:

$\begin{array}{r} h000 \\ +\ 229 \\ \hline 2229 \end{array}$

$h=2$

$\begin{array}{r} 2229 \\ +\ 229 \\ \hline 2458 \end{array}$

$j=8$:

$\begin{array}{r} h888 \\ +\ 229 \\ \hline 1117 \end{array}$

но такое невозможно, т.к. $h \neq 0$

$j=9$:

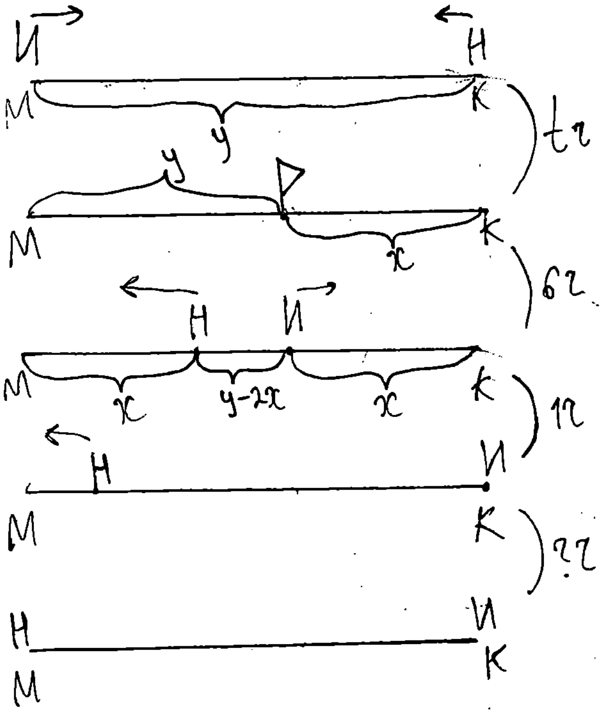
$\begin{array}{r} h999 \\ +\ 229 \\ \hline 2228 \end{array}$

$\begin{array}{r} 2228 \\ +\ 229 \\ \hline 2457 \end{array}$

Ответ: 2458 и 2457

№1

И – Илья, Н – Настасья, М – Муром, К – Киев



пусть И идет с $v=a$

Н с $v=b$

S между М и К $=y$

S от места встречи до К $=x$

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases}(a+b)t=y\\ 7a=x\\ 6b=y-2x\\ a(t+1)=y\\ bt=x\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}t=\frac{a}{b}\\ (a+b)t=a(t+1)\\ 6b=a(t-1)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\cancel{t=\frac{a}{b}}\\ \cancel{\frac{a^2}{b}+a=\frac{a^2}{b}+7a}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases}a=bt\\ 6b=bt^2+bt-2bt\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=bt\\ \left[\begin{array}{l}t=-2\\ t=3\end{array}\right.\end{cases} \Rightarrow t=3ч \Rightarrow a=3b \Rightarrow$$

$\Rightarrow y=4a=12b$

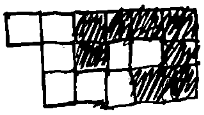
путь, ~~когда~~ не пройденный Н, когда И пришёл в К $= 12b-2b = 10b \Rightarrow$ осталось пройти $2b$ со скоростью $b \Rightarrow$ найдём искомое время $=\frac{2b}{b}=2ч$

Ответ: 2ч

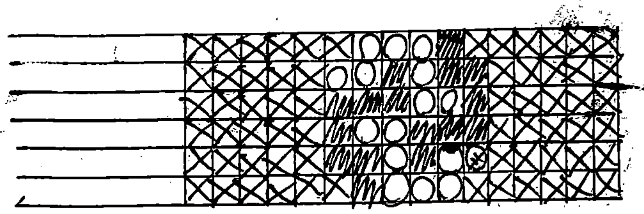
№4

~~Предположим, что можно~~, Ответ: существует

Заметим, что червяка можно вложить в червячку без образования пустых клеток, которые невозможно заполнить, ~~только~~ ~~одним~~ таким способом:



Также заметим, что можно сложить прямоугольник 16×6: (по краям выше представленные фигуры, по центру 4 червяка)



тогда, мы можем сложить квадрат 96×96 (6 прямоугольников 16×6 в длину, и 16 в высоту) ⇒ есть такой квадрат, который можно разрезать без остатка на такие фигурки.
Например, 96×96

+

№2

~~Заметим, что $\frac{a_n}{0}$~~ найдём $\frac{a_n}{a_1}$ при $n=2$:

$$\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}=\sqrt{a_1+2a_2} \quad |^2$$

$$\cancel{a_1+a_2+\sqrt{}}\;2\sqrt{a_1a_2}=\cancel{a_1+a_2}+a_2$$

$$2\sqrt{a_1a_2}=a_2 \Rightarrow a_1=0{,}25a_2$$

$$\frac{a_n}{a_1}=\frac{a_2}{0{,}25a_2}=4 \quad =(n!)^2$$

докажем индукцией, где база $\Rightarrow n=2$

пусть при $n=k$ подходит $\Rightarrow \frac{a_k}{a_1}=(k!)^2=(k!)^2$ гипотеза неверная

рассмотрим при $n=k+1$

$$\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}+\cancel{\sqrt{a_3}}+\ldots+\sqrt{a_{k+1}}=\sqrt{a_1+2a_2+3a_3+\ldots+(k+1)a_{k+1}}\ \Big|^2$$

$$\cancel{a_1}+a_2+a_3+\ldots+a_{k+1}+\cancel{2\sqrt{a_1a_2}}+2\cancel{\sqrt{a_1a_3}}+2\sqrt{a_ka_{k+1}}\ldots=\cancel{a_1}+2a_2+3a_3+\ldots(k+1)a_{k+1}$$

$$2\sqrt{a_1a_2}=2a_2$$

$$\cancel{a_k}\quad 2\sqrt{a_1a_{k+1}}+2\sqrt{a_2a_{k+1}}+\ldots+2\sqrt{a_ka_{k+1}}=k\cdot a_{k+1}$$

$$\cancel{2\sqrt{a_1^2\cdot(k+1)!}\neq 2\sqrt{}}$$

$$2\sqrt{\frac{a_k\cdot a_{k+1}}{k!^2}}+2\sqrt{\frac{a_k\cdot 2!^2 a_{k+1}}{k!^2}}+2\sqrt{\frac{a_k\cdot a_{k+1}\cdot k!^2}{k!^2}}=k\cdot a_{k+1}$$

$$\cancel{\frac{2}{k!}}\quad \cancel{2\sqrt{k!^2\cdot a_k\cdot a_{k+1}}+2\frac{\sqrt{k!^2\cdot a_k\cdot a_{k+1}}}{2!^2}+2\frac{\sqrt{k!^2\cdot a_k a_{k+1}}}{k!}}=$$

$$\cancel{=2\sqrt{}}\quad \cancel{\frac{2k!\sqrt{a_k\cdot a_{k+1}}\cdot k}{1+2!+\ldots+k!}}=$$

$$2\sqrt{k!^2\cdot a_k a_{k+1}}+\frac{2\sqrt{k!^2\cdot a_k\cdot a_{k+1}}}{2!}+\frac{2\sqrt{k!^2\cdot a_k a_{k+1}}}{k!}=$$

$$=\frac{2k!^{\,1/2}\sqrt{a_k a_{k+1}}\cdot\cancel{k!^2}\cdot k\cdot a_{k+1}}{k!}=k\cdot a_{k+1}$$

$$\cancel{k!^2\cdot k+1\cdot a_k\cdot a_{k+1}}=a_{k+1}^2 \qquad \cancel{\frac{(k+1)!\cdot\sqrt{a_1\cdot a_{k+1}}}{k}}=a_{k+1}$$

$$\cancel{a_1 k=\frac{a_{k+1}}{\frac{k+2}{k+1}(k+1)!^2}}$$

$$\cancel{a_1\frac{a_{k+1}}{(k+1)!^2}}$$

$$a_1=\frac{a_{k+1}}{(k+1)!^2}$$

$\Rightarrow$ по индукции $\frac{a_{2023}}{a_1}=2023!^2$

Бланк ответов