



### Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия П А Н И Н

Имя М И Х А И Л

Отчество П А В Л О В И Ч

Дата рождения 2 3 0 4 2 0 0 6

Город участия У Ф А

Аудитория 9 - 1 0 1

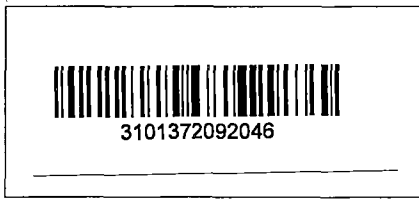
Телефон + 7 9 1 7 0 4 9 3 9 6 7

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



## Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Город участия *УФА*

Заполняется организаторами

Количество доп. листов \_\_\_\_\_ Количество черновиков к проверке \_\_\_\_\_  
 Время выхода с \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_ до \_\_\_\_\_ : \_\_\_\_\_

### Протокол проверки Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	20	-					
Балл члена жюри №2	20	20	0	20	-					

Итоговый балл *60*

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Сумма чисел которых необходимо поставить в квадрат равна

$$S = \frac{1+36}{2} \cdot 36 = 37 \cdot 18.$$

Если у нас получится расставить числа, то мы получим 12 последовательных чисел,  $n$  наименьшее <sup>ее из которых</sup> ~~наименьшее~~  $n$ .  $\Rightarrow$  Сумма этих 12 чисел <sup>будет</sup> равна  $12 \cdot \frac{n+(n+11)}{2}$  (кол-во  $\cdot \frac{\text{первое число} + \text{послед}}{2}$ )  $\Rightarrow$

$$\text{Их сумма равна } 6(2n+11) = S_{12}$$

( $n \in \mathbb{N}$ , т.к.  $n$ -наименьшее полученное число путем суммирования чисел из какой-то вертикали или горизонтали)

Но т.к. при эти 12 чисел

получены из всех вертикали и горизонталей  $\Rightarrow$  каждое число находится в  $S_{12}$  (т.к. в каждой в квадрате было дважды "помещено" (суммировано) в  $S_{12}$  (т.к. в каждой вертикали и горизонталей  $\Rightarrow$  любое число находится в 1 вертикали и 1 горизонталей  $\Rightarrow$  2-ое будет  $\frac{1}{2}$  использовано для получения 2 чисел из 12 последовательных  $\Rightarrow$  2-ое попадет в  $S_{12}$ )  $\Rightarrow$  значит каждое число от 1 до 36 2-ое учтено в  $S_{12}$   $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{S_{12}}{2} = S \Rightarrow \frac{6(2n+11)}{2} = 37 \cdot 18 \Rightarrow 2n+11 = 37 \cdot 6 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2n = 37 \cdot 6 - 11 \Rightarrow 2n = 222 - 11 \Rightarrow 2n = 211 \Rightarrow n = \frac{211}{2} \Rightarrow n = 105,5 \text{ - но}$$

$n$ -целое число т.к.  $n \in \mathbb{N} \Rightarrow$  противоречие  $\Rightarrow$  так расставить числа нельзя.



Ответ: нет, расставить нельзя.

N2

$$L = a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}$$

Т.к.  $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$

$$\left. \begin{aligned} \Rightarrow a^2 + b^2 &= 1 - c^2 - 2abc \\ b^2 + c^2 &= 1 - a^2 - 2abc \\ a^2 + c^2 &= 1 - b^2 - 2abc \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

Покажем:

$$L = a\sqrt{1-(b^2+c^2)+b^2c^2} + b\sqrt{1-(c^2+a^2)+a^2c^2} + c\sqrt{1-(a^2+b^2)+a^2b^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = a\sqrt{1-(1-a^2-2abc)+b^2c^2} + b\sqrt{1-(1-b^2-2abc)+a^2c^2} + c\sqrt{1-(1-c^2-2abc)+a^2b^2} =$$

$$= L = a\sqrt{a^2+2abc+b^2c^2} + b\sqrt{b^2+2abc+a^2c^2} + c\sqrt{c^2+2abc+a^2b^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow L = a\sqrt{(a+bc)^2} + b\sqrt{(b+ac)^2} + c\sqrt{(c+ab)^2} \quad \text{Поскольку } a, b, c \text{ - неотрицательные}$$

$$\Rightarrow L = a(a+bc) + b(b+ac) + c(c+ab) = a^2 + abc + b^2 + abc + c^2 + abc =$$

$$= a^2 + b^2 + c^2 + 3abc$$

$$\Rightarrow L = 1 + abc \quad \text{Т.к. } a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$$

$$\Rightarrow \text{Нужно доказать: } 1 + abc \geq 2\sqrt{abc} \quad |^2$$

$$\Rightarrow \text{Нужно доказать: } 1 + 2abc + a^2b^2c^2 \geq 4abc \quad (+)$$

$$\text{Нужно доказать: } 1 - 2abc + a^2b^2c^2 \geq 0 \Rightarrow \text{Нужно доказать: } (1-abc)^2 \geq 0$$

→ а это всегда верно т.к. квадрат числа неотрицателен

всегда!  $\Rightarrow (1-abc)^2 \geq 0 \rightarrow$  всегда правда

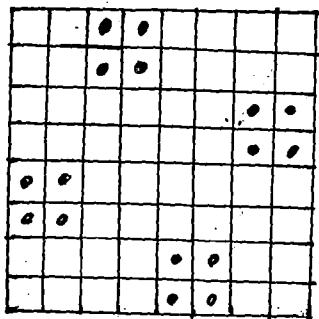
это и требовалось,  
доказать.

Бланк ответов

№ 4

Ответ: 16 оборотней.

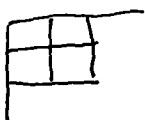
Пример:



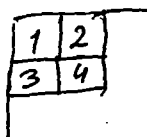
◻ → клетка уже была перевернута.

⊕

Рассмотрим 4 крайние клетки доски: (в одной группе)

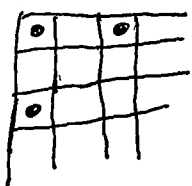


Заметим что для каждой такой клетки необходима отдельная фигура перевертень. Т.к. иначе должно было бы такое расположение перевертень при котором он быт хотя бы 2 из 4 этих клеток. Вк. Примеру эти клетки и рассмотрим возможное расположение перевертень.

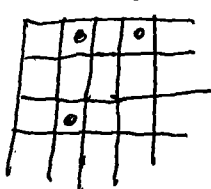


⇒

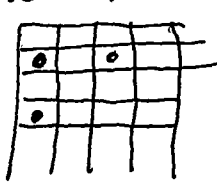
Для 1



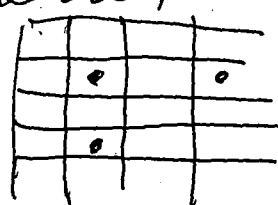
Для 2



Для 3

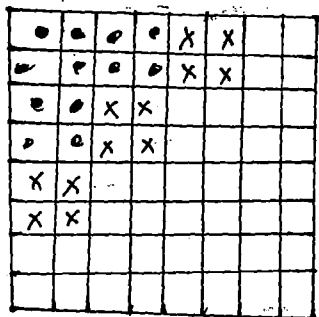


Для 4



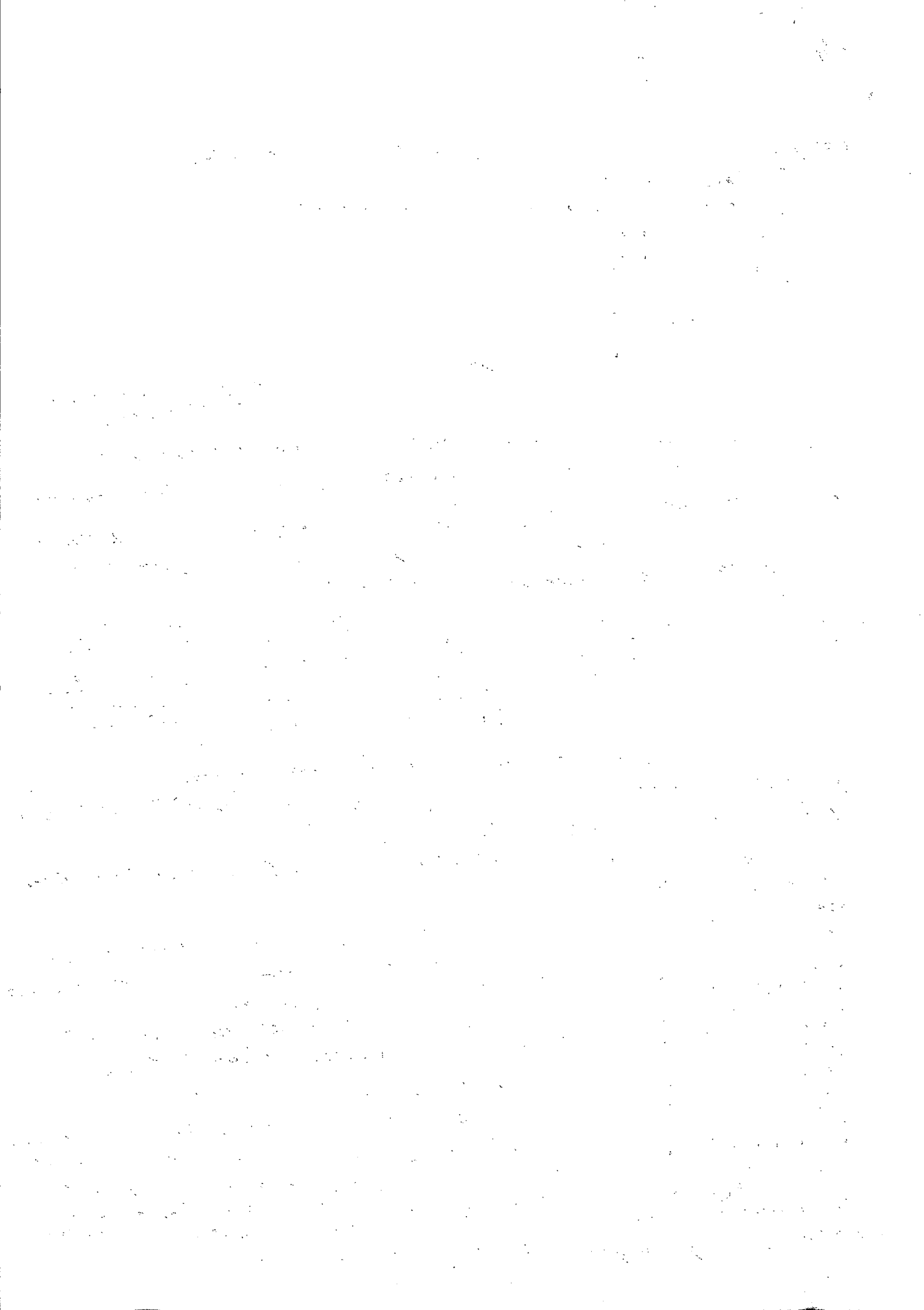
⇒ Как бы не располагался перевертень он не может покрыть даже 2 из 4 данных условных клеток. Значит каждой такой клетке соответствует не менее 1 перевертень.

Аналогично для еще 3-ех групп доски. ⇒ Если 1 из перевертень не ~~был~~ <sup>был</sup> хотя бы две клетки из разных групп по 4 ⇒ Нам нужно не менее 16 перевертень. Теперь покажем что это так. Рассмотрим все возможные расположения перевертень относительно 1-ой группы. ◻ - клетка с перевертнем.



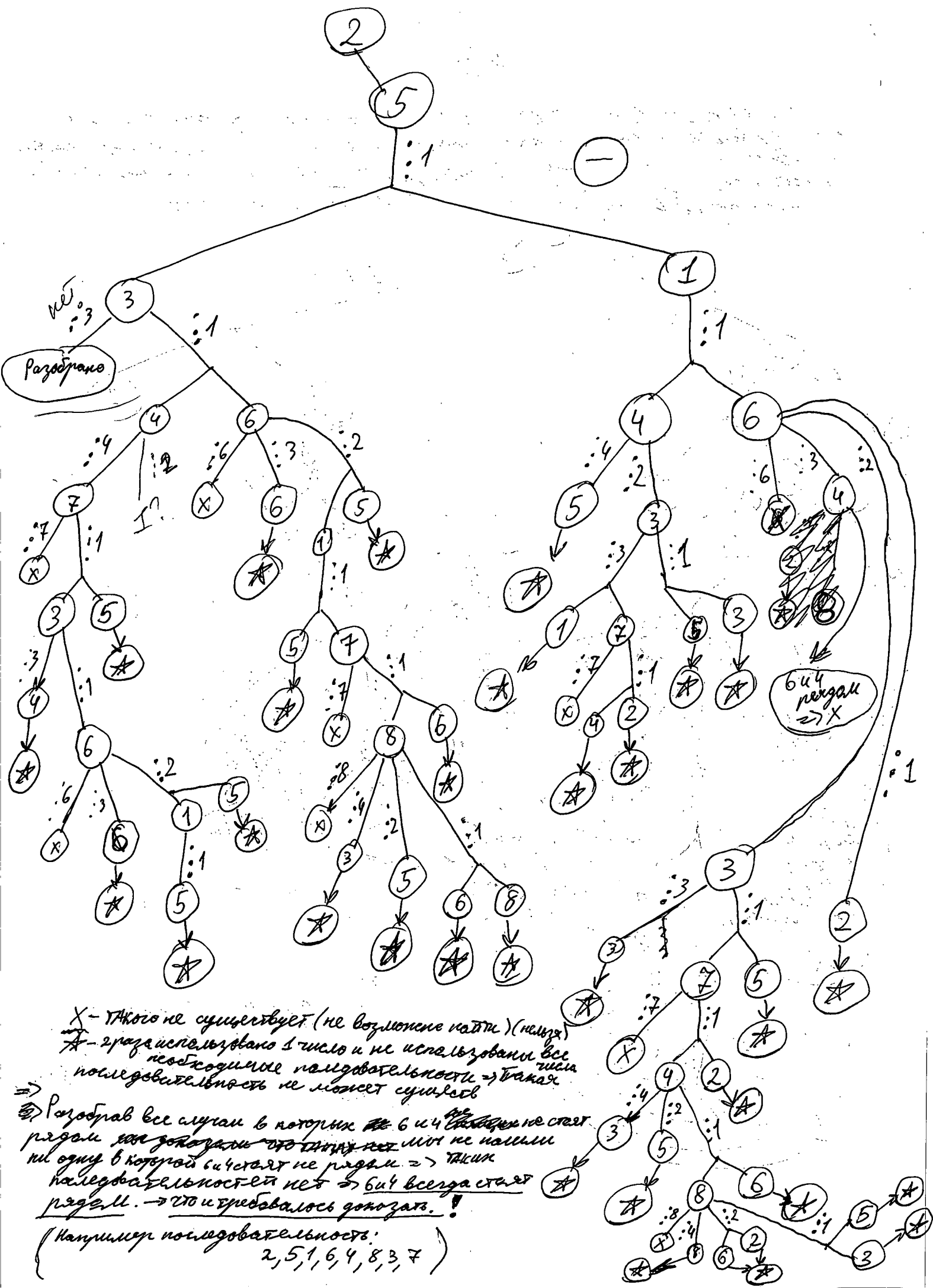
Теперь покажем клетки которые они могут но при этом не попадают в них ◻ X. ⇒ никакая клетка из оставшейся 3-ей групп (состоящих из 4 условных клеток) не является подобной ⇒ ~~автоматически~~ (Для ост. 3-их групп аналогично) ⇒ мы строго доказали что для каждой

такой клетки в (из групп по 4 условных клетки) необходимо не менее 1 перевертень ⇒ Т.к. таких групп 4 и в каждой по 4 клетки ⇒ всего таких 16 клеток ⇒ не менее 2 16 перевертень. Пример на 16 написан выше.









X - такого не существует (не возможно найти) (нельзя)  
 \* - сразу использовано 1 число и не использованы все необходимые по цифрователности -> такая по цифрователности не может существовать

⇒ Разобрав все случаи в которых 6 и 4 ~~рядом~~ не стоят рядом ~~мы доказали что таких нет~~ мы не нашли ни одну в которой 6 и 4 стоят не рядом ⇒ таких по цифрователности нет ⇒ 6 и 4 всегда стоят рядом. → это и требовалось доказать. !

(Например по цифрователности: 2, 5, 1, 6, 4, 8, 3, 7)