ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101700957186

Титульный лист

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Фамилия ХАКИМОВ

Имя РЕНАТ

Отчество ИЛЬФАТОВИЧ

Дата рождения 07 03 2008

Город участия УФА

Аудитория 9101

Телефон 89177350413

Дата 05 02 2024 **Подпись** Хиф

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101700957186

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление

- [x] информатика
- [ ] история
- [ ] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [x] 9 [ ] 10 [ ] 11

Город участия УФА

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 17:15 до 17:20

Протокол проверки

Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	25	25	00	09						
Балл члена жюри №2	25	25	00	09						

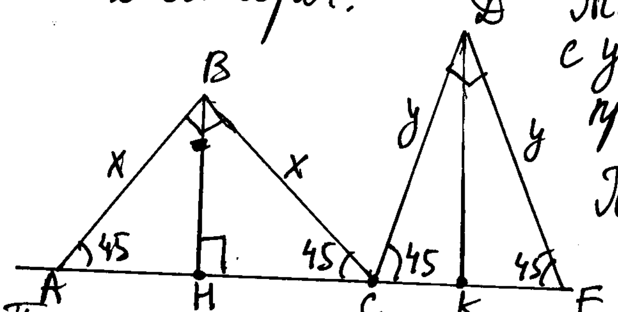
Итоговый балл 059

Подпись члена жюри №1 Шаб

Подпись члена жюри №2 Шаб

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№2. Пусть x — длина стороны 1-ой горы, y — длина стороны 2-ой горы.



Т.к. горы — равнобедренные треугольники с углами при основании 45°, то угол при вершине равен 90°.

По условию $2x+2y=4096$

$2(x+y)=4096 \Rightarrow x+y=2048.$

$y=2048-x.$

По т. Пифагора основания треугольников равны:

$AC=\sqrt{x^2+x^2}$ и $CE=\sqrt{y^2+y^2}$; $AC=\sqrt{2x^2}$ и $DE=\sqrt{2y^2}$

Чтобы найти площадь треугольника надо его высоту умножить на половину длины к стороне, которой проводим.

$S_{ABC}=\frac{1}{2}\cdot x\cdot x=\frac{1}{2}x^2$ и $S_{CDE}=\frac{1}{2}\cdot y\cdot y=\frac{1}{2}y^2.$

По условию $\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}y^2$ — должно быть минимальным

$\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}y^2=\frac{1}{2}(x^2+y^2)=\frac{1}{2}\cdot(x^2+(2048-x)^2)^2=\frac{1}{2}(x^2+2048^2-2048\cdot 2\cdot x+x^2)=\frac{1}{2}\underbrace{(2x^2-2048\cdot 2\cdot x+2048^2)}_{\text{значение выражения зависит}}$

от него, тогда минимальная площадь будет возможна, когда x равен $x_{вершина}$ этой параболы, ветви вверх.

⊕ 25 б

$2x^2-2048\cdot 2\cdot x+2048^2=0$; $x^2-2048\cdot x+2048\cdot 1024=0.$

$x_{вершины}=\frac{-b}{2a}=\frac{2048}{2}=1024.$

$y_{вершины}=2\cdot 1024^2-2048\cdot 2\cdot 1024+2048^2=2\cdot 1024^2-2048^2+2048^2=2\cdot 1024^2$, тогда $S_{min}=\frac{1}{2}\cdot y_{вершины}=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 1024^2=1024^2=1048576.$

Ответ: 1048576 у.е.^{2}

№4 Заметим, что, т.к. НОД(a, b) = 1, числа a и b — взаимно простые, а потому не содержат в себе ~~про~~ общих простых множителей. $b = \frac{x}{a}$, след-но красота числа x ограничена кол-вом простых различных множителей в числе x. И это число равняется кол-ву ~~различных чисел~~ простых различных чисел, которые мы можем составить из делителей x в опр. степени.

1. Т.к. ~~красота~~ число 101 — простое, то мы можем привести только 1 пару чисел a и b, удовлетворяющих условию. Это 1 и 101. ~~меньше~~

2. В числе x нам важно кол-во различных простых множителей, а след-но для нахождения максимальной красоты первых 1024 натуральных чисел, нам надо взять и перемножать простые числа в 1-ой степени до тех пор пока они ≤ 1024. (в порядке возрастания, чтобы их было больше).

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$; $2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 2310$.

Красота числа 210 равна кол-ву различных чисел меньших или равных.

~~$\sqrt{210} < \sqrt{225} = 15$~~. $14 = \sqrt{196} < \sqrt{210} < \sqrt{225} = 15$.

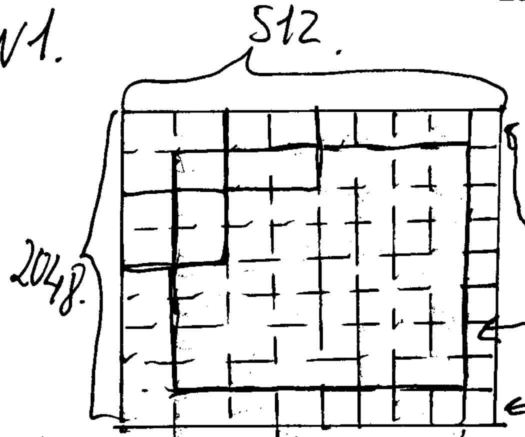
Тогда это числа 1, 2, 3, 5, 7, 6, 10, 14 ~~15~~ и пара к ним 210, 105, 70, 42, 30, 35, 21, 15.

Ответ: 1) 1 2) 8.

+4б

5б

№1.



Посчитаем кол-во непересекающихся квадратов 2x2 на картине (как на рисунке)

$\frac{512}{2} \cdot \frac{2048}{2} = 256 \cdot 1024$.

А теперь посчитаем кол-во непересекающихся квадратов, на картине без рамки.

$\frac{(512-2)}{2} \cdot \frac{(2048-2)}{1} = (256-1) \cdot (1024-1) = 255 \cdot 1023$.

Заметим, что т.к. в любом квадрате 2×2 сумма чисел равняется 64, то на всей картине сумма чисел равна $64 \cdot 256 \cdot 1024$, а на картине без рамки — $64 \cdot 255 \cdot 1023$.

Тогда сумма чисел в рамке равна $64 \cdot 256 \cdot 1024 - 64 \cdot 255 \cdot 1023 =$

$64((255+1)(1023+1) - 255 \cdot 1023) = 64(\cancel{255 \cdot 1023} + 255 + 1023 + 1 - \cancel{255 \cdot 1023}) =$

$64 \cdot (255 + 1023 + 1) = 64 \cdot 1279 = 81856$.

Ответ: 81856.

+ 25б

№3. Заметим, что кол-во вариантов ответов равно сумме размещений всех возможных представлений числа 18.

$\underbrace{\sqcup\sqcup \ldots \sqcup}_{24}$

Кол-во фишек, которые могут лежать в лунке ни чем не ограничено, след-но в лунках будут лежать, представления в каждом варианте. стартовых позиций числа 18, заметим что для каждого слагаемого в представлении можно выбрать лунку, след-но если в представлении числа $18 = 2+2+2+2+2+2+2+2+2$, то кол-во вариантов для этой ситуации будет $\frac{24\cdot23\cdot22\cdot21\cdot20\cdot19\cdot18\cdot17\cdot16}{9!}$, ~~делить~~ делим мы на 9!, потому что в данном представлении 9 одинаковых объектов, а они не создают ~~нового~~ новый вариант.

Если разложение $18 = 3+3+3+4+4+1$, то кол-во вариантов для этого разложения.

$$\frac{24\cdot23\cdot22\cdot21\cdot20\cdot19\cdot18}{3!\cdot2!}$$

⊖ 0б

Бланк ответов