

Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия С И Н К И Н А

Имя С О Ф Ь Я

Отчество В И Т А Л Ь Е В Н А

Дата рождения 0 4 0 5 2 0 0 6

Город участия К Е М Е Р О В О

Аудитория 4 3

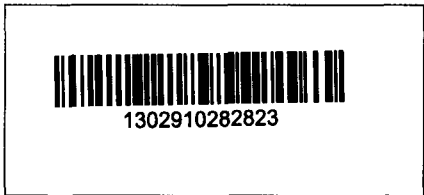
Телефон + 7 9 0 5 9 0 8 1 7 2 0

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист
Заполняется участниками

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Город участия К Е М Е Р О В О

Заполняется организаторами

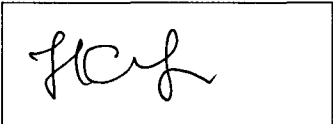
Количество доп. листов Количество черновиков к проверке


Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	5	-					
Балл члена жюри №2	20	0	0	5	-					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1 

Подпись члена жюри №2 

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Задание ~ 1

Найдем сумму чисел от 1 до 36, они составляют арифметическую прогрессию: $S_a = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{1+36}{2} \cdot 36 = 666$

Если сложить 6 сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали, то каждое число от 1 до 36 будет встречаться по 2 раза: $S = 2S_a = 1332$

Поэтому 6 сумм по горизонтали и 6 сумм по вертикали должны давать в сумме $S = 1332$ и являться последовательными числами.

Обозначим первое число из этой последовательности чисел за x , тогда второе число $x+1$, третье - $x+2$ и т.д.

Найдем сумму этих чисел: $x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + \dots + (x+11) = 12x + 66$

$$S = 1332 = 12x + 66$$

$$12x = 1266$$

+

$x = 105,5$ - первое число из двенадцати последовательных x не может быть простым числом, т.к. при сложении шести целых чисел получается целое число. Поэтому числа таким образом расставить нельзя.

Ответ: нельзя.

Задание ~ 3.

Известно, что 2 и 5 стоят рядом: $\begin{matrix} \cdot & 2 & 5 & \cdot \\ \cdot & \dots & \cdot & \end{matrix}$ (• - место, на котором должна стоять цифра) соседней, а 2 - простое число, т.е. делится только на само себя и \rightarrow

Продолжение задания №3.

→ единицу (на 2 и 1 в данном случае), то слева от двойки можно поставить либо 3 ($5-3=2$), либо 4 ($5-4=1$), либо 7 ($7-5=2$), либо 6 ($6-5=1$).

Рассмотрим эти ~~два~~ ^{четыре} варианта:

I. $\begin{matrix} 7 & 2 & 5 \\ & \cdot & \\ & \cdot & \cdot \end{matrix}$ число 7 делится только на 7 и 1, поэтому

после числа 7 можно поставить либо 3 ($3-2=1$), либо 1 ($2-1=1$)

Рассмотрим оба варианта:

1) $\begin{matrix} 7 & 2 & 5 \\ & \cdot & \\ 1 & \cdot & \cdot \end{matrix}$ число 1 делится только на 1, поэтому после

него можно поставить 6 ($7-6=1$) или 8 ($8-7=1$)

$\begin{matrix} 7 & 2 & 5 \\ & \cdot & \\ 1 & 6 & \cdot \end{matrix}$

из оставшихся чисел после 6 можно поставить только

3 или 4

$\begin{matrix} 7 & 2 & 5 \\ & \cdot & \\ 1 & 6 & 3 \end{matrix}$ далее ни одно из оставшихся чисел не подходит

$\begin{matrix} 7 & 2 & 5 \\ & \cdot & \\ 1 & 6 & 4 \end{matrix}$ после числа 4 можно поставить только 8, после 8-3

В данном варианте 6 и 4 стоят рядом.

II. $\begin{matrix} 3 & 2 & 5 \\ & \cdot & \\ & \cdot & \cdot \end{matrix}$ число 3 делится на 3 и 1, значит слева от тройки

может стоять либо 5 ($5-2=3$),

либо 1 ($2-1=1$), либо 3 ($3-2=1$), но т.к. 3 и 5 уже есть, то возможно поставить только 1:

$\begin{matrix} 3 & 2 & 5 \\ & \cdot & \\ 1 & \cdot & \cdot \end{matrix}$ число 1 делится только на 1, значит за единицей против ка-

ждой стрелки может стоять 4 ($4-3=1$) или 2 ($3-2=1$), но т.к. 2 уже есть, то можно поставить только 4:

$\begin{matrix} 3 & 2 & 5 \\ & \cdot & \\ 1 & 4 & \cdot \end{matrix}$ остались числа 6, 7, 8, ни одно из них нельзя поставить после числа 4

Данный вариант не существует.

∨

из оставшихся чисел после 8 можно поставить только 3:

$\begin{matrix} 7 & 2 & 5 \\ & \cdot & \\ 1 & 8 & 3 \end{matrix}$ ∨

далее ни одно из оставшихся чисел не подходит

Данный вариант не существует.



Продолжите решение задания №3.

II. 2.

2 5 после числа 3, из
7 оставшихся, можно
3 поставить только
4 (7-4=3) или 6 (7-6=1)
или 8

2 5 после
7 числа
3 4 4 мож-
но по-
ставить ~~только~~
~~либо 1~~, только
число 1:

2 5 далее ни
7 один из
3 4 1 вариантов
не подходит ✓
Данный вариант
не существует.

2 5 после
7 числа 6
3 6 можно
поставить
либо 1, либо 4

2 5
7
3 6 1
далее ни
одно ~~число~~ вариант
не подходит
только
8:

Данный ва-
риант не
существует.

2 5
7
3 6 4
далее
можно
поставить
только
8:

2 5
7 1
3 6 8
6 4 8
Данный
вариант
не существ-
ует (в не
решится на
4-1=3)

✓

III.

2 5
7
3

Три аналогичных
рассмотрим?
этого варианта

существуют только варианты:

2 5 3
4
6 1 7 8

в данном вариан-
те 6 и 4 стоят
рядом. почему?

IV.

2 5
6

Три аналогичных
рассмотрим
варианта дан-

ная последовательность чисел,
соответствующая условию за-
дачи не существует.

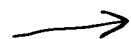
Не полный перебор

⊖

Ответ: во всех существующих последовательностях чисел 4 и 6
стоят рядом.

Задание №4.

Фигура оборотень за один раз может закрыть макси-
мум 5 клеток, всего клеток $8 \times 8 = 64$, значит оборотень
должно быть не менее $13 (\frac{64}{5})$.



Продолжение задания ~ 4.



x		o	x	x	o		x
		x			x		
		x			x		
x		o	x	x	o		x

4 оборотней

Для того, чтобы закрыть угловую клетку квадрата, поставив тура оборотней, оборотень сможет закрыть максимум 4 клетки.

x	x	o	x	x	o	x	x
		o	x	x	x	x	o
		x					x
		x					x
		o	x	x	x	x	o
x	x	o	x	x	o	x	x

8 оборотней

Далее чтобы закрыть клетки, оставшиеся в клетках и вершинах ~~у~~ ряда, поставим ещё 4 оборотней, которые закроют 4 клетки из 5 возможных

x	x	o	x	x	o	x	x
x	o	x	x	x	x	o	x
o	x	x	x	x	x	o	
o	x	x	x	x	x	x	o
x	o	x	x	x	x	o	x
x	x	o	o	o	x	x	x
x	x	o	x	x	o	x	x

16 оборотней

При дальнейшей постановке оборотней рациональнее всего их ставить так, чтобы они закрывали по 4 клетки, тогда всего оборотней: $64 : 4 = 16$

Описание построения примера



При рассмотрении остальных вариантов постановки оборотней, этот оказывается самым рациональным.
 Ответ: 16 оборотней.

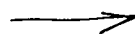
Задание ~ 2.

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ac + 2ab + 2cb, \text{ тогда } (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ac) + 2abc = 1$$

$$\text{Доказ-ть: } a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-a^2)(1-c^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \geq 2\sqrt{abc}$$

$$2\sqrt{abc} = 2\sqrt{\frac{1-a^2-b^2-c^2}{2}} = \sqrt{2(1-a^2-b^2-c^2)}$$



Бланк ответов

→ Продолжение задания №2.

a, b, c - положительные числа

a, b и c либо все $\in (0; 1)$, либо $\in [1; +\infty)$, т.к.

$(1-b^2)(1-c^2) \geq 0$, если $b \in (0; 1)$, $a \in [1; +\infty)$, то данное условие не выполняется

аналогично для $(1-a^2)(1-c^2)$ и $(1-b^2)(1-a^2)$

Если a, b и $c \in [1; +\infty)$, то $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc \neq 1$, значит числа a, b и $c \in (0; 1)$.

$$a \sqrt{(a^2 + c^2 + 2abc)(a^2 + b^2 + 2ab)} + b \sqrt{(b^2 + a^2 + 2abc)(b^2 + c^2 + 2abc)} + c \sqrt{(c^2 + a^2 + 2abc)(c^2 + b^2 + 2abc)} \geq 2abc$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$$

Относительно a :

$$\begin{aligned} D &= 4b^2c^2 - 4(b^2 + c^2 - 1) = 4b^2c^2 - 4b^2 - 4c^2 + 4 = -4b^2(c^2 - 1)(c^2 - 1) = -4b^2(c^2 - 1)^2 = \\ &= 4b^2(1 - c^2)^2 \end{aligned}$$

$$\left[\begin{aligned} a &= \frac{-2bc + 2b(1 - c^2)}{2} = b(1 - c^2) - bc && \text{Нет предельных} \\ a &= \frac{-2bc - 2b(1 - c^2)}{2} < 0 \end{aligned} \right.$$

