ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302205253658

Титульный лист

Направление

- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс

- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Фамилия ЧЕРНУСЬ

Имя ВЯЧЕСЛАВ

Отчество АНДРЕЕВИЧ

Дата рождения 24 03 2006

Город участия НОВОСИБИРСК

Аудитория

Телефон 89133782079

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302205253658

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия НОВОСИБИРСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 15:23 до 15:25

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	0					
Балл члена жюри №2	20	20	6	0	0					

Итоговый балл 43

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание 1

1) Сумма всех чисел на доске равна:

$\frac{1+36}{2} \cdot 36 = 666.$

2) Сумма всех чисел, являющихся построчными и постолбцевыми суммами равна $2 \cdot 666$.

При этом нам известно, что они являются последовательными.

Тогда: пусть наименьшее из них равно n.

$\Rightarrow \sum_{i=1}^{12} S_i$ – т.е. наших чисел $= \frac{n+n+11}{2} \cdot 12 =$

$= 12n + 66 = 666 \cdot 2 \quad |:6$

$2n + 11 = 111 \cdot 2$

$2n = 111 \cdot 2 - 11$

$222 - 11$ – нечетное число

$\overset{\shortparallel}{211}$

$2n$ – четное при $\forall n \in N \Rightarrow$ противоречие

значит нельзя

+

Задание 2

$a^2+b^2+c^2+2abc=1$

Доказать:

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}+b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)}+c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}\geq 2\sqrt{abc}$$

Раскроем скобки:

$$a\sqrt{1-b^2-c^2+b^2c^2}+b\sqrt{1-a^2-c^2+a^2c^2}+c\sqrt{1-b^2-a^2+a^2b^2}=$$

подставим 1 из данного равенства и получим

$$=a\sqrt{a^2+2abc+b^2c^2}+b\sqrt{b^2+2abc+a^2c^2}+c\sqrt{c^2+2abc+a^2b^2}\geq 2\sqrt{abc}$$

Под каждым корнем - квадрат:

$a^2+2abc+b^2c^2=(a+bc)^2$, $b^2+2abc+a^2c^2=(b+ac)^2$,

$c^2+2abc+a^2b^2=(c+ab)^2$ => подставив получим:

$$\Rightarrow a\cdot(a+bc)+b(b+ac)+c(c+ab)\geq 2\sqrt{abc}$$

раскроем скобки:

$$a^2+abc+b^2+abc+c^2+abc\geq 2\sqrt{abc}$$

Теперь заметим, с учетом данного равенства, что $a^2+3abc+b^2+c^2=1+abc$

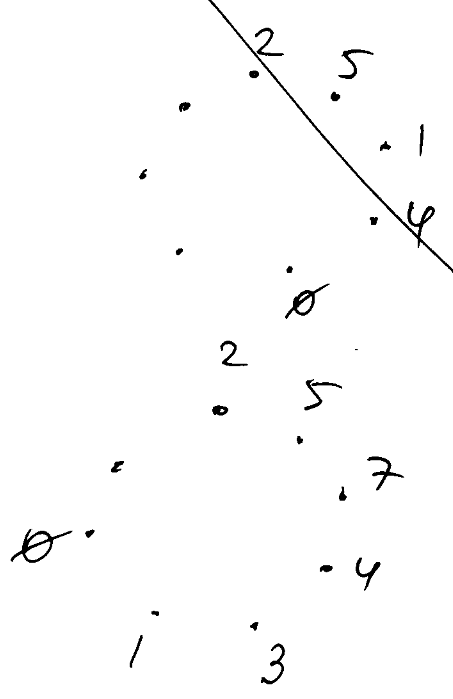
$1+abc\geq 2\sqrt{abc}$ т.е $\underbrace{\frac{1+abc}{2}\geq\sqrt{abc}}$

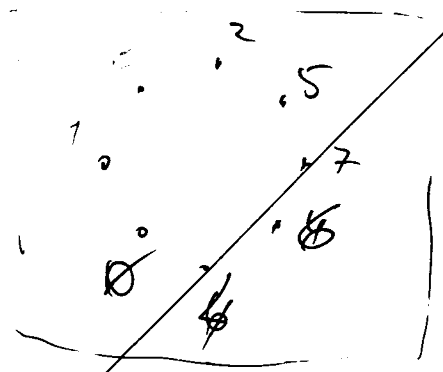
это по н-ству Коши,

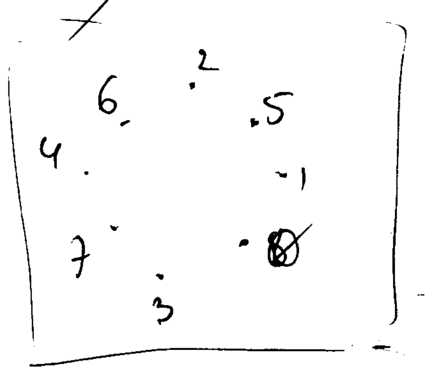
именно то, что нужно было доказать

Ч.Т.Д

~~Задание 3:~~







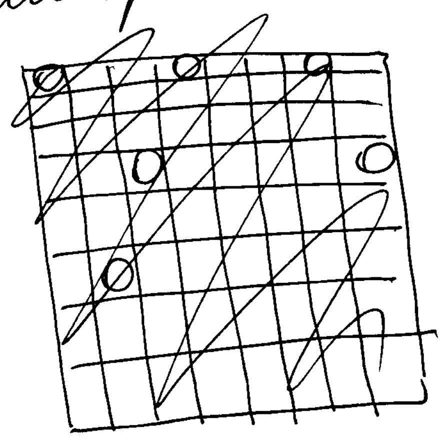
~~нам известно, что числа 2 и 5 стоят рядом => второе число которое стоит рядом с 5 будет либо 1, либо 7~~

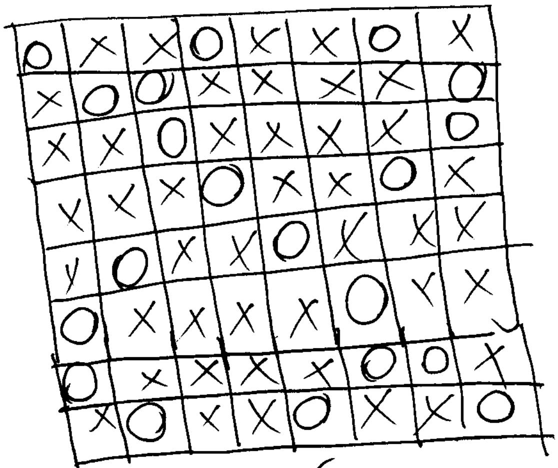
~~1) Положим, что там 1, но тогда после нее идет 4, чтобы 1 дочня радность, но тогда нет такого числа, не равного 5, которое уже есть.~~

Задание 4

Заметим, что при „закрытии" уголка в оборотне одна клетка будет за доской, т.е 12 оборотней будут бить 3 клетки вместо 4. положим остальные будут бить 4, тогда всего 64 клетки уже бьют 36 → 28 - осталось чтобы их закрыть понадобится минимум 7 оборотней. т.е. минимум 19 оборотней. Но заметим, что кол-во оборотней должно быть четно, т.к.: пронумеруем горизонтали, и заметим, что оборотни с четных горизонталей бьют лишь четные горизонтали => кол-во оборотней на четных горизонталях равно количеству оборотней на нечетных. => минимум 20

Пример:





20 оборотней

Задание 3:

1. Заметим, что: обязательно будет последоват.:

чет нечет нечет чет, т.к. нечет не может делиться на чет. ✓

→ числа расставлены в виде:

либо:

① ч ч н н ч ~~ч~~ н н

симметрично относительно расположения 2 и 5 при этом куда бы мы их не поставили такая п-ть не будет существовать.
=> наша - другая.

либо:

ч - четное число
н - нечетное число

② ч ч н н ч н н ч ✓

Предположим, что обособленно стоит 4, или 6, тогда по бокам от не должно быть 3 и 1, за ними

почему не 3 и 5, 1 и 5...?

(нам не важно где 3 а где 1, т.к. расстановка симметрична)

1) обособлена 4 → после 3 → 5, т.к. если 7, то не продолжить

6 ч 2 ч н 5,7 н 3 ~~8~~ч н н ч 4 но такой расст. нет.

рассмотрены не все случаи

2) Положим 6:

~~8~~ ч 4 ч н н 1 ч 6 н 3 н 5 2 ч

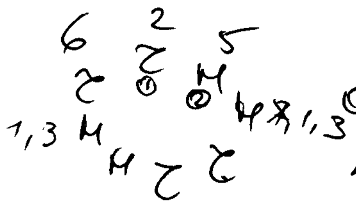
Такого тоже не может быть

=> обособлено не 4 и не 6, а значит они стоят рядом

есть идея четности

Пример: 2 4 6 7 1 8 3 5

Теперь докажем, что 1я расстановки не будет существовать:

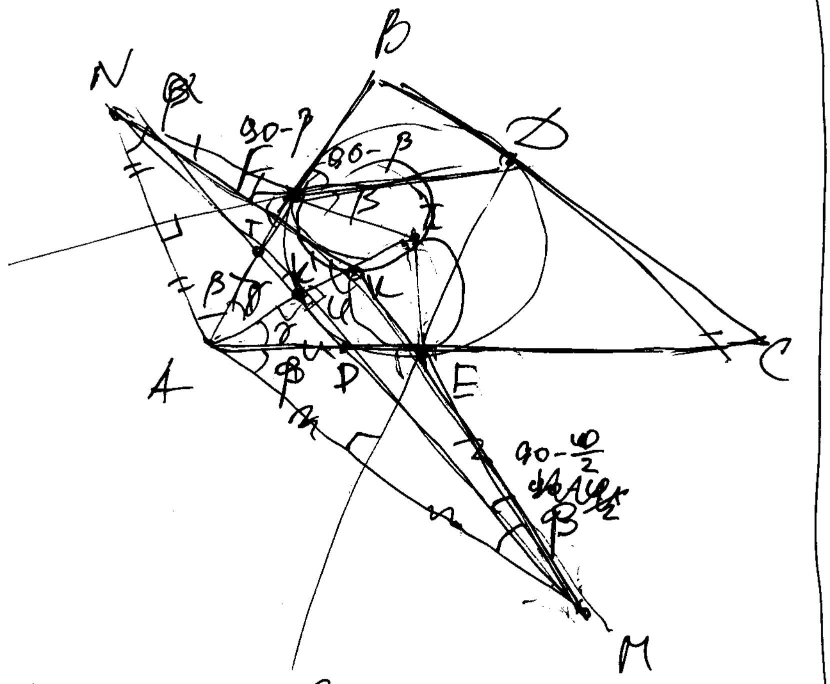


около 6 должна быть 1, ~~иначе~~ или 3 ~~после нее~~

около 5 7,1,3

~~После~~ пронумеруем числа по часовой стрелке начиная с самого верхнего. (6 стоит на 8 месте) На 6м должно 7, на 4м должна быть 4, но тогда 5м — 8 но ее там быть не может → противоречие → расстановка „нежизнеспособна" такой нет, значит это расст. (2), доказанная на том месте.

Задание 5:



Решение: Заметим, что $\triangle AFN$ - равнобедренный и $\triangle AEM$ - тоже равнобедренный.

Положим K не лежит на прямой MN. Тогда соединим NK и KM. Нужно доказать, что $\angle NKM = 180°$.

Отметим углы α и β - в треугольниках AHK и AFN соответств.

Заметим, что т. K лежит на прямой AI, т.к. окр. симметричны отн. неё. И также прямая $MN \perp AI$ в это неверно в общем случае

Заметим также, что ~~и ...~~

~~...~~ $8\beta + 2\gamma + \varphi = 360$ - угол 4х угольника $ANKM$

φ - угол NKM $\triangle AFN = \triangle AEM$, т.к. $AF = AE = EM = FN \Rightarrow \beta = \alpha$

$\Rightarrow NK' = K'M$ но если это так, то $AT = TP \Rightarrow TP \parallel FE$, K' лежит на TP, $TK = TP$. т.е. K находится между TP и FE, при этом лежит на HI, учитывая, что EI и IF - радиусы окр. I и двух окружностей $\Rightarrow K$ совпадает с K' [Ч.Т.Д.]

K' - т. пересечения MN и AI,

T и P - т. пересечения MN с AB и AC