ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302380253366

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☑ 11

Фамилия ГОМБОЕВ

Имя АМГАЛАН

Отчество ЦЫДЫПОВИЧ

Дата рождения 18 10 2007

Город участия НОВОСИБИРСК

Аудитория

Телефон +79140543465

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302380253366

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Город участия НОВОСИБИРСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 15:26 до 15:29

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	3	20	0	0	–					
Балл члена жюри №2	7	20	0	0	–					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Задание №2

$$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} \overset{?}{\geqslant} 2\sqrt{abc}$$

Рассмотрим первое слагаемое:

$$a\sqrt{1-c^2-b^2+b^2c^2} = a\sqrt{a^2+\underline{b^2+c^2}+2abc\underline{-c^2-b^2}+b^2c^2} =$$

$= a\sqrt{a^2+2abc+b^2c^2}$. Заметим, что $a^2+2abc+b^2c^2 =$
$= (a+bc)^2$

$\Rightarrow a\sqrt{a^2+2abc+b^2c^2} = a\cdot\sqrt{(a+bc)^2} = a\cdot|(a+bc)|$, т.к.

$a,b,c > 0 \Rightarrow a+bc > 0 \Rightarrow |(a+bc)|$ раскроется полож.

$\Rightarrow = a(a+bc)$. Аналогичные рассуждения можно привести и для других слагаемых $\Rightarrow$ получаем:

$$a(a+bc) + b(b+ac) + c(c+ab) \overset{?}{\geqslant} 2\sqrt{abc}$$

$$\Updownarrow$$

$$a^2+abc+b^2+abc+c^2+abc \overset{?}{\geqslant} 2\sqrt{abc}$$

$$\Updownarrow$$

$$(a^2+b^2+c^2+2abc)+abc \overset{?}{\geqslant} 2\sqrt{abc}$$

$$\Updownarrow$$

$$abc+1 \overset{?}{\geqslant} 2\sqrt{abc}$$

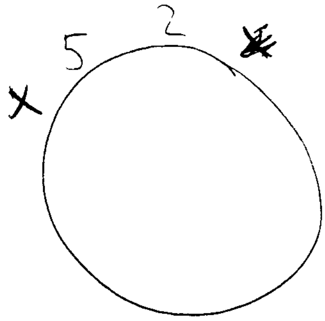
$abc - 2\sqrt{abc} + 1 \overset{?}{\geq} 0$ Заметим, что выражение

$abc - 2\sqrt{abc} + 1 = (\sqrt{abc} \cancel{+} - 1)^2$

т.к. $a, b, c > 0 \Rightarrow \sqrt{abc}$ – определен $\Rightarrow$

$(\sqrt{abc} - 1)^2 \overset{?}{\geq} 0$ – Очевидно, что данное нер-во верно, а значит и исходное утверждение тоже верно, ч.т.д.

Задание №3



Из данного рисунка видно, что ~~8 8 (5-x) дол~~

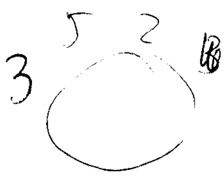
2 должно делиться |5-x|

$\Rightarrow x = \cancel{8}\ 7$ или 3 ~~или 6~~ или 1

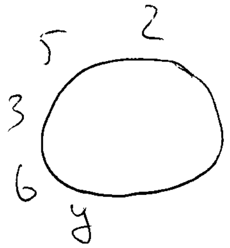
Рассмотрим все случаи:

$x = 3$:

(правый 8, не 5)

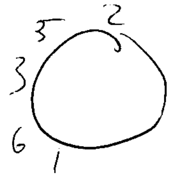


$\Rightarrow$ соседи числа 3 соответственно или 6 ~~или~~ или 2, но т.к. 2 уже есть $\Rightarrow$ сосед 6



~~сосед~~ y может быть $y=4$; $y=5$; $y=1$; $y=6$; $y=9$ $\Rightarrow$ подходит только $y = 1$ и 4

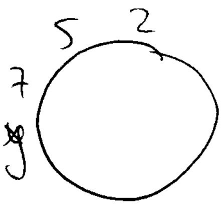
Пусть $y = \cancel{4}\ 1 \Rightarrow$



$\Rightarrow$ сосед 1 может только 5 ~~и 7~~, но т.к. 5 занято $\Rightarrow$ такого не может быть $\Rightarrow y=1$ не подх.

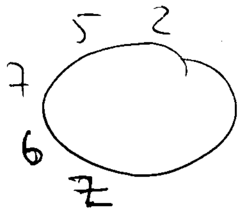
$\Rightarrow y=1$ не подходит $\Rightarrow y=4$ ч.т.д.

Рассмотрим случай если $x=7$.



$\Rightarrow y$ может быть равным: 6; 4;

$\Rightarrow$ Если $y=6$:

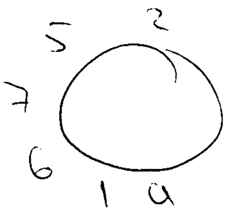


$\Rightarrow z=4;\ z=5;\ z=6$

$z=1$; подходит

только $z=4; z=1$

$\Rightarrow$ Если $z=1$



$a=5$; ~~a~~ но 5 уже занято $\Rightarrow$

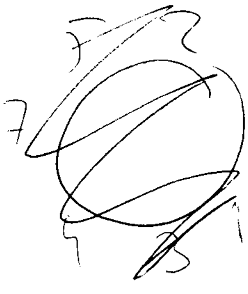
$z=4$, ч.т.д.

Если $y=4$:

$\Rightarrow z=6; z=5;$ ~~z=...~~ ; подходит

только $z=6$ ~~или z=3~~, ч.т.д.

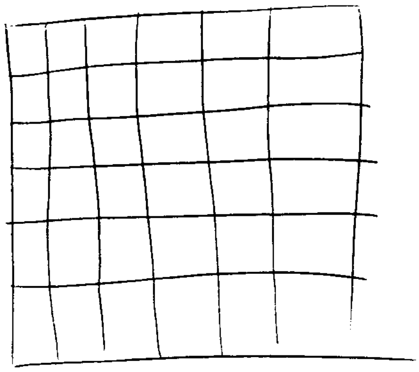
~~z=3~~



перебор неполный

Задание № 1

Предположим, что можно так расставить.



Пусть a_1 — самая наименьшая сумма горизонтали/вертикали.

Тогда a_1 хотя бы $1+2+3+4+5+6=\cancel{24}$ 21

Пусть последовательность такая:

$a_1, a_2, a_3 \dots a_{12}$.

Тогда сумма $a_1+a_2+\dots+a_{12} = \left(\frac{36\cdot 37}{2}\right)\cdot 2$ ✓

(т.е. сумма от 1 до 36 умноженная на 2, т.к. каждое число в данной прогрессии посчитали дважды) $\Rightarrow \frac{2a_1+d\cdot 11}{2}\cdot 12 = 36\cdot 37 \Rightarrow$

$2a_1+d\cdot 11 = 6\cdot 37 \Rightarrow d \leq \frac{6\cdot 37-2\cdot 21}{11}$

$\Rightarrow d \geq \frac{6\cdot 30}{11}$, т.е.

$d \geq 17 \Rightarrow$

т.е. минимально возможная прогрессия: $\Rightarrow$

$21;\ 21+18, \dots$ $= \frac{2\cdot 42+18\cdot 11}{2}\cdot 12 =$

$(2\cdot 42+18\cdot 11)6 \overset{?}{\vee} 36\cdot 37$

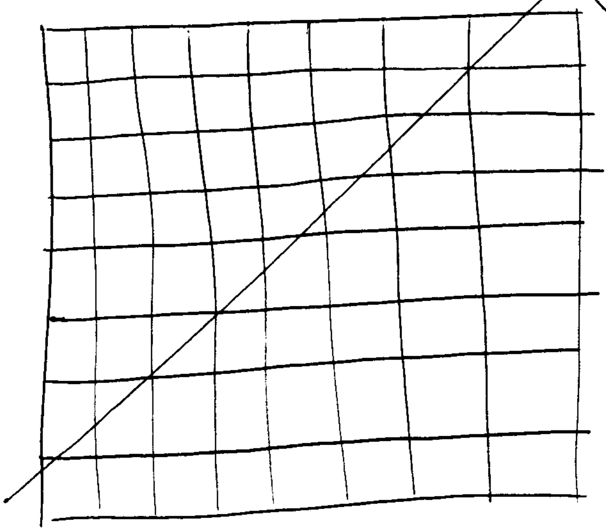
$2\cdot 42+18\cdot 11 \overset{?}{\vee} 6\cdot 37$

$2\cdot 7+3\cdot 11 \vee 37$

$14+33 \vee 37 \Rightarrow$

=> что даже при самом минимальном значении не получается достигнуть равна
=> Ответ: Нет, нельзя

Задание 4.



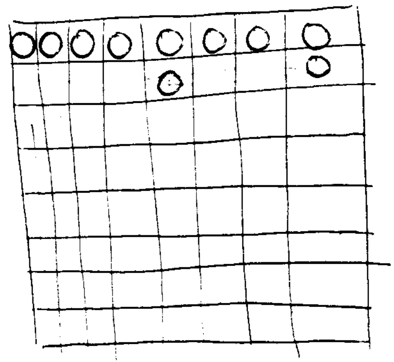
$$\frac{21\cdot 2 + 17\cdot 11}{2}\cdot 12 \vee 36\cdot 37$$

$$42 + 17\cdot 11 \vee 6\cdot 37$$

$229 \vee 228$ => ~~что даже~~ что ~~при мини~~ даже при самом минимальном ~~[illegible]~~ случае не получается достигнуть полож. результата => Ответ: нет, нельзя

Зодание №4

Пример:
для 10



Оценка: Очевидно, что ~~8 фиг~~ фигур должно быть хотя бы на каждой горизонтали, т.к. если это не так то ~~од~~, хотя бы одна клеточка ~~будет не~~ не будет "бита", => фигур > 8.

=> Нужно док-ть, что фигур не может быть 9. Предположим обратное, Пусть можно 9 фигурами побить все клетки. Заметим, что каждую вертикаль или горизонталь нельзя покрыть только одной фигурой => Если фигур будет 9, то по Принципу Дирихле найдется хотя бы одна вертикаль или горизонталь, которая будет бита только одной фигурой ~~9~~, ~~что~~ => 9-тью фигурами не удастся обойтись => Ответ: 10 неверно

Комментарий: Хочу дать небольшие пояснение за последнее предложение: в примере, показанный к решению очевидно, что 9 фигур недостаточно, потому что вертикаль "7" бьется только одной фигурой.