ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101184399284

Титульный лист

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия СМОЛИН

Имя ВСЕВОЛОД

Отчество ПАВЛОВИЧ

Дата рождения 20 07 2007

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Аудитория ГУК404

Телефон 89002061613

Дата 05 02 2024 **Подпись** СВ

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101184399284

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [x] 10
- [ ] 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов 0 Количество черновиков к проверке 0

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	5	5	-					
Балл члена жюри №2	20	0	5	5	-					

Итоговый балл 30

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№1

Допустим такое может быть, тогда сумма всех сумм будет удвоенной арифметической прогрессией с разностью 1 и $a_1=1$; $\cancel{a_{36}}\,a_n=36$, так как каждое число входит в эту сумму по 2 раза (горизонтали и вертикали)

$S=\frac{1+36}{\cancel{2}}\cdot 36\cdot\cancel{2}=37\cdot 36=\overset{1332}{2332}.$

Раз утверждается, что 2332 – сумма 12 последовательных чисел, то в уравнении $2332=\frac{2a_1+11}{2}\cdot 12$, a – должно быть целым, но в нашем случае:

±

$2332=12a_1+66$

$2266=12a_1$

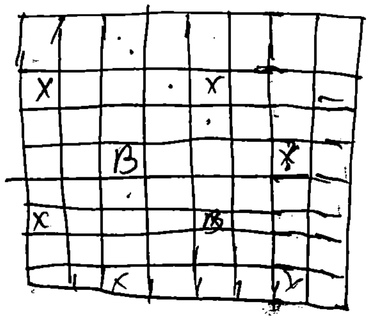
$a_1=188\frac{10}{12}$, что противоречит условию, значит

Ответ: нет, не может.

№4

Для начала нам нужно доказать, что каждый вампир должен бить либо 2-4х дружественных вампиров, либо 2 клетки, которую бьет другой вампир, ~~либо не бить все 5 клеток~~; а только 3

↓



Рассмотрим случай, когда мы поставили вампира так, чтобы он бил все 6? 5 клеток, тогда обязательно найдётся клетка, на одной вертикали или горизонтали с ним, которую нельзя будет побить почему? другим В, не задев данного (она будет всегда, так как от данного В всегда можно отступить на 4 клетки, ведь на доске 8 клеток; данный В стоит на расстоянии 2 или 3 (в противном случае мы и так смогли бы отойти от данного на 4), тогда до другого края доски 5 или 4 клетки; однако поставить В так, чтобы он бил эту точки и не задевал зону данного В мы не можем, ведь точка находится на расстоянии 0 или 1 от края доски). ~~Мы доказали, что каждый В минимум два раза бьет то, что бьёт другой В, значит В нужно минимум 64:4 тогда мы должны поставить В или в эту точку, тогда он будет бить~~ тогда мы должны поставить В или в эту точку, тогда он будет бить 2 клетки, которые уже бьёт данный В, либо в точку, которую бьёт данный В, тогда новый бьёт данного В и ту точку, на которой стоит)

Мы доказали, что каждый В бьёт ко 2 точки другого (или В, значит нужно минимум $64 : 4 = 16$ В (64 клеток на доске всего; 4 клетки бьёт каждый В, так как каждая пара В бьёт 6 своих и 2 «чужих» клетки) пример на след. странице.

Ответ: 16

X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	B	B	B	B	X	X
X	X	B	B	B	B	X	X
X	X	B	B	B	B	X	X
X	X	B	B	B	B	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X
X	X	X	X	X	X	X	X

Пример ✓

№ 2.

Сначала переделаем условие: $a_{2023}^2 \le 2a_1 - 1 \Rightarrow \cancel{a_{2023}^2 < 2a_1 \Rightarrow}$

$\cancel{\Rightarrow a_{2023} < \sqrt{2a_1}}$, a_{2023} - положительное, иначе

$\Rightarrow \sqrt{a_{2023}^2+1} \le \sqrt{2a_1}$ $\quad a_{2022}^2 \ge 2a_{2023} - 1$ - всегда подходит. и задача решена.?

Доказать: $a_i^2 \geqslant 2a_{i+1} - 1 \Rightarrow a_i > \sqrt{2a_{i+1}}$ $\quad a_i$ - может быть <0

Допустим, что доказываемое - неправда, тогда,

$$\sqrt{2a_1} \le \sqrt[2^2]{2^3 a_2} \le \sqrt[2^3]{2^5 a_3} \dots \le \sqrt[2^{2023}]{2^{4045} \cdot a_{2023}}$$

$$\begin{cases} \sqrt{2a_1} \le \sqrt[2^{2023}]{2^{4045} \cdot a_{2023}} \\ \sqrt{2a_1} \geqslant \sqrt{a_{2023}^2+1} \end{cases}$$

(вычислили степень обеих двоек как арифм. прогрессию)

очевидно, что это не может быть, так как

$\cancel{(a_{2023}^2+1)^{(2^{2023})} > 2^{4045} \cdot a_{2023}}$, ~~при~~ $\cancel{a_{2023} \ge 1}$

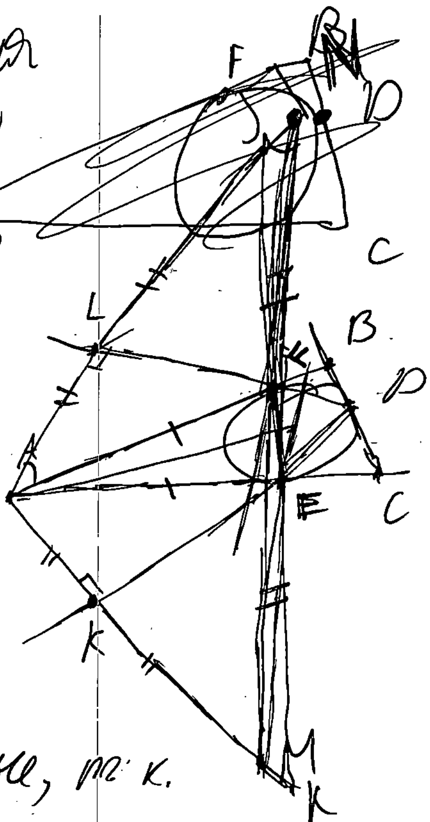
~~(мы можем построить график и посмотреть это)~~

~~при~~ $\cancel{a_{2023} = 1;\ a \ge 1}$

$\left(\sqrt{a_{2023}^2+1}\right)^{(2^{2023})} > 2^{4045} \cdot a_{2023}$ – выполняется для любого a_{2023} (мы можем посмотреть на график этих двух функций и убедиться в этом), значит доказываемое – правда

ч.т.д.

№3



проведем DF и DE до пересечения с перпендикуляром из A, назовем эти точки L и K соответственно и продлим перпендикуляр на ту же длину, вот и N и M, соединим ME и NF. Они будут равны, так как.

△ AEM и △ AFN – равнобедренные, т.к. образованы с помощью симметрии, а AF = AE, т.к. они обе – касательные к окружности от точки A. не доказано

~~Далее по теореме Фалеса~~ NF ∥ ME, так-как

проведем NK на AM и MS на AN. они образуют ∠ ANK = ∠ ASM и ∠ AMS = ∠ AKN, одинаковый почему?

значит они параллельны ⇒ NE ∥ MF; AF = AE = , угол с биссектрисой

⇒ MENF – пар-м.