



3101564886518

## Титульный лист

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Фамилия М А Р И Е В А

Имя У Л Ь Я Н А

Отчество О Л Е Г О В Н А

Дата рождения 0 7 0 4 2 0 0 8

Город участия Е К А Т Е Р И Н Б У Р Г

Аудитория И - 5 0 3

Телефон 8 9 1 2 6 3 4 3 5 0 6

Дата 0 5 1 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример  
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



**Проверочный лист**

Заполняется участниками

Направление  информатика  история  математика  
 обществознание  русский язык  физика  
 химия

Класс  8  9  10  11

Город участия **ЕКАТЕРИНБУРГ**

Заполняется организаторами

Количество доп. листов **2** Количество черновиков к проверке  
 Время выхода с : до :

**Протокол проверки**  
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	25	00	00	05						
Балл члена жюри №2	25	00	00	05						

Итоговый балл **030**

Подпись члена жюри №1

*Што*

Подпись члена жюри №2

*Шад*

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф  
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

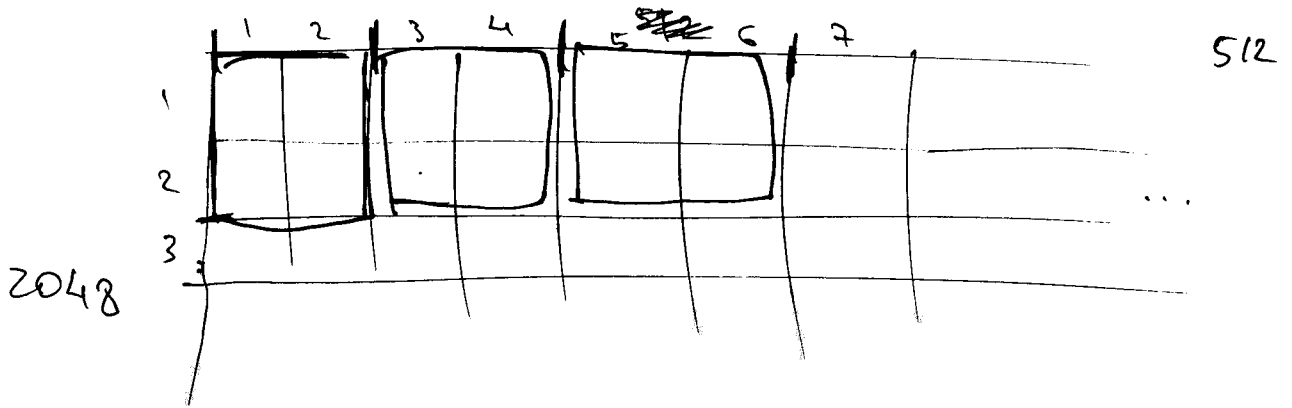


Бланк ответов

№1.

Изначальную таблицу разобьем на квадраты

$2 \times 2$ , их будет  $\frac{2048}{2} \cdot \frac{512}{2} = 512 \cdot 512$



① Тогда, сумма чисел во всей таблице  $\boxed{512 \cdot 512 \cdot 64}$

Теперь "отрежем" от таблицы 1-ую и последнюю строку, а также 1-ый и посл. столбец.

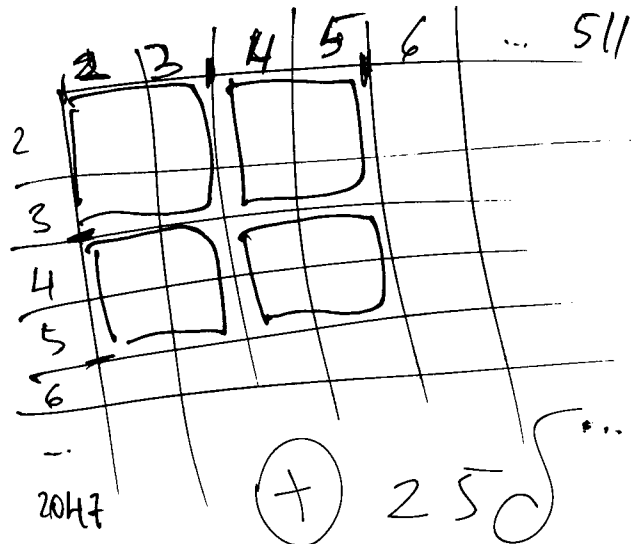
Получится таблица  $510 \times 2046$ . Точно таким же образом разделим её на квадраты  $2 \times 2$  (и в том, и в др. случае это возможно, т.к. стороны табл. :2)

② Тогда, сумма чисел в новой таблице равна

$$\frac{2048-2}{2} \cdot \frac{512-2}{2} \cdot 64 = \cancel{512 \cdot 512}$$

$$= \cancel{\frac{2046}{2} \cdot \frac{510}{2} \cdot 64}$$

$$= (512-0,5)(512-2) \cdot 64$$



~~из ① и ② следует что~~

Сумма чисел по периметру будет равна

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} : 512 \cdot 512 \cdot 64 - 64 \cdot (512-0,5)(512-2) =$$

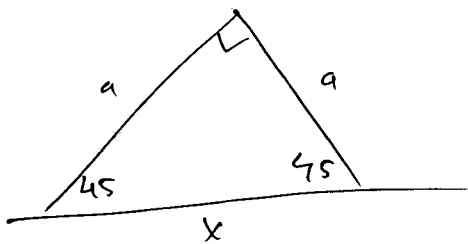
$$= 64 \left( 512^2 - 512^2 + \frac{512}{2} + 512 \cdot 2 - 1 \right) = 64 (256 + 1024 - 1) = 64 \cdot 1279 = 81856$$

№2.

«Общая протяжённость поверхности гор» и  
показано, как протяжённость поверхности  
земли, которую занимают горы.

два угла в треугольнике =  $45^\circ \Rightarrow$  третий =  $90^\circ$  - прямой

$S$  пр. треугол. равна половине квадрата катетов.



Пусть катеты равны  $a$ ,  
а гипотенуза  $x$ ;

$$x^2 = a^2 + a^2 \quad \text{т. Пифагор} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2 = 2a^2 \Rightarrow S = a^2 = \frac{x^2}{2}$$

Пусть у второго треугол. (горы) катеты равны  $b$ ,  
а гипотенуза  $y \Rightarrow S = b^2 = \frac{y^2}{2}$ .

Тогда, если треугол. не пересекаются,

$$x + y = 4096 \quad \text{на укл. - 10}$$

$$S_1 + S_2 = \frac{x^2 + y^2}{2} \quad \text{нельзя минимизировать}$$

$$\text{когда: } \frac{x^2 + y^2}{2} \geq \sqrt{x^2 y^2} = xy \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{мин. знач. } \frac{x^2 + y^2}{2} = xy.$$

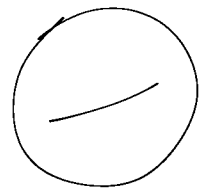
$$\text{это значит, когда } x^2 - 2xy + y^2 = 0 \Rightarrow (x - y)^2 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = y \Rightarrow \text{треугол. равны (по гип. и}$$

двум ост. углам)

$$2x = 4096 \Rightarrow x = 2048 \Rightarrow S_1 + S_2 = \frac{x^2 + x^2}{2} = x^2 =$$

$$= 2048^2$$



# Бланк ответов

№ 2.

Если горы пересекаются, то тогда

$$x + y > 4096$$

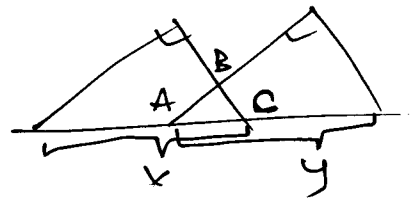
$\triangle ABC$  - прямоугольный,  $\angle C$ ,  $\angle B$ ,  $\angle A$ .

два его угла равны  $45^\circ$ .

Пусть гипотенуза  $\triangle ABC = z$ ,

тогда  $x + y - z = 4049$ .

$$S_1 + S_2 - S_3 = \frac{x^2 + y^2 - z^2}{2} - \text{катим. минимизируем.}$$



~~Решение~~

~~$$x > 4049 - y$$

$$x^2 > (4049 - y)^2$$~~

~~$$y > 4049 - x$$

$$y^2 > (4049 - x)^2$$~~

~~$$x^2 + y^2 > 4049^2 + 4049^2 + y^2 + x^2 - 2 \cdot 4049(x + y)$$~~

~~$$2 \cdot 4049(4049 - (x + y)) < 0$$~~

$$(x + y)^2 > 4096^2$$

$$x^2 + y^2 > 4096^2 - 2xy \quad | :2$$

$$\frac{x^2 + y^2}{2} > 4096 \cdot 2048 - xy$$

$$\frac{x^2 + y^2}{2} \geq \sqrt{x^2 y^2} = xy$$

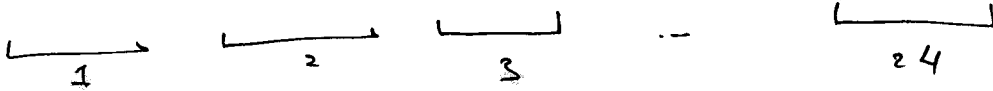
# №3. (часть 1)

24 луки, 18 фишек

1 фишка может располагаться в любой из 24 лунок. ~~тогда~~

Тогда, кол-во способов ~~24<sup>18</sup>~~, но фишки неотличимы  $\Rightarrow$  надо убрать лишние варианты.

Переведем задачу. Есть 24 коробки, в них какое-то число от 0 до 18. ~~Сумма~~  
 сумма чисел во всех коробках 18.



Тогда, рассм. все возм. суммы 18:

- |   |                                      |                                       |
|---|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 1 | 1) $18 + 0 + \dots + 0 = 18$         | 19) $13 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 18$     |
| 1 | 2) $17 + 1 + 0 + \dots + 0 = 18$     | 20) $12 + 6 = 18$                     |
|   | 3) $16 + 2 + 0 + \dots + 0 = 18$     | 21) $12 + 5 + 1 = 18$                 |
| 2 | 4) $16 + 1 + 1 + 0 + \dots + 0 = 18$ | 22) $12 + 4 + 2 = 18$                 |
|   | 5) $15 + 3 = 18$                     | 23) $12 + 4 + 1 + 1 = 18$             |
| 3 | 6) $15 + 2 + 1 = 18$                 | 24) $12 + 3 + 2 + 1 = 18$             |
|   | 7) $15 + 1 + 1 + 1 = 18$             | 25) $12 + 3 + 1 + 1 + 1 = 18$         |
|   | 8) $14 + 4 = 18$                     | 26) $12 + 2 + 2 + 2 + 2 = 18$         |
|   | 9) $14 + 3 + 1 = 18$                 | 27) $12 + 2 + 2 + 1 + 1 = 18$         |
| 5 | 10) $14 + 2 + 2 = 18$                | 28) $12 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 18$     |
|   | 11) $14 + 2 + 1 + 1 = 18$            | 29) $12 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 18$ |
|   | 12) $14 + 1 + 1 + 1 + 1 = 18$        | 30) $11 + 7 = 18$                     |
|   | 13) $13 + 5 = 18$                    | 31) $11 + 6 + 1 = 18$                 |
|   | 14) $13 + 4 + 1 = 18$                | 32) $11 + 5 + 2 = 18$                 |
| 7 | 15) $13 + 3 + 2 = 18$                | 33) $11 + 5 + 1 + 1 = 18$             |
|   | 16) $13 + 3 + 1 + 1 = 18$            | 34) $11 + 4 + 2 + 1 = 18$             |
|   | 17) $13 + 2 + 2 + 1 = 18$            | 35) $11 + 4 + 1 + 1 + 1 = 18$         |
|   | 18) $13 + 2 + 1 + 1 + 1 = 18$        | 36) $11 + 3 + 2 + 2 = 18$             |
|   |                                      | 37) $11 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 = 18$     |
|   |                                      | 38) $11 + 2 + 2 + 2 + 1 = 18$         |
|   |                                      | 39) $11 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 = 18$     |

$12 + 3 + 3$

$11 + 4 + 3$

$11 + 3 + 3 + 1$

$11 + 3 + 2 + 1$

Бланк ответов

№3 (арифмет.) (часть 2)

39)  $11 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 18$

40)  $11 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 18$

~~41)  $10 + 8 = 18$~~

42)  $10 + 7 + 1 = 18$

7 разбив. на 15 сл.

«было 12 сл.»

~~43)  $10 + 6 + 2 = 18$~~

суммы с 10 без 1:

- $10 + 8 + 2 = 18$
- $10 + 5 + 3 = 18$
- $10 + 4 + 4 = 18$
- $10 + 4 + 2 + 2 = 18$
- $10 + 3 + 3 + 2 = 18$
- $10 + 2 + 2 + 2 + 2 = 18$

Итого: с 10  $5 + 13 + 6 = 20$  сл.

61)  $9 + 9 = 18$

62)  $9 + 8 + 1 = 18$

8 разбив. на 20 сл.

с 9, в сумме 18, без 1:

- $9 + 7 + 2 = 18$
- $9 + 6 + 3 = 18$
- $9 + 5 + 4 = 18$
- $9 + 5 + 2 + 2 = 18$
- $9 + 4 + 3 + 2 = 18$
- $9 + 3 + 3 + 3 = 18$
- $9 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 = 18$

Итого:  $1 + 20 + 7 = 28$  сл.

$\sum 1 + 1 + 2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 20 + 28 = 30 + 20 + 20 + 10 + 17 = 97$  сл.



числа  $< 9$ :

~~$8 + 8 + 2 = 18.$~~

~~$8 + 7 + 1 + 1 = 18$~~

~~$8 + 7 + 2 + 1 = 18$~~

~~$8 + 7 + 1 + 1 = 18$~~

~~$8 + 6 +$~~

№4. п. 1.

$101 = 13 \cdot 7$  может быть представлено ~~в~~ ~~эти~~ способами ~~☒~~

$101 = 1 \cdot 101$

$(13; 7) = 1$

$(1; 101) = 1$

$\Rightarrow$  Ответ: красота = 2. -

№4 п. 2.

Пусть число с наиб. красотой равно  $x$ :

$x = p_n^{a_n} \cdot p_{n-1}^{a_{n-1}} \cdot \dots \cdot p_1^{a_1}$ , где  $p$  - прост. множит.

чтобы  $\text{НОД}(a,b) = 1$ , одно из чисел  $a$  и  $b$

полностью содержит в себе множит.  $p_i^{a_i} \Rightarrow$

$\Rightarrow a$  может сост. из  $0, 1, 2, \dots, n$  прост. множит.  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  кол-во вар-ов числа  $a$ :  $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n =$

$= 1 + \frac{n!}{1!(n-1)!} + \frac{n!}{2!(n-2)!} + \dots + \frac{n!}{(n-1)! \cdot 1!} + 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow$  чем больше  $n$  (кол-во прост. множит. в  $x$ ),  
тем больше кол-во вар-ов числа  $a$ .

~~$x \leq 1024$~~

$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 = 210 \cdot 11 > 1024 \rightarrow$

$\Rightarrow$  макс.  $n = 4$  (напр.  $x = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 210$ )

Тогда, красота числа  $1 + \frac{4!}{1 \cdot 3!} + \frac{4!}{2! \cdot 2!} + \frac{4!}{3! \cdot 1} + 1 =$

$= 1 + 4 + 6 + 4 + 1 = 16$  пар чисел, но они симметричны

Каждая пара  $(a,b)$  и  $(b,a)$  у чис. оди  $\Rightarrow$  итоговая красота  
числа  $210 =$  равна  $\textcircled{8}$ . Это и есть максимум.

+ 58

# ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЙ ЛИСТ №3.

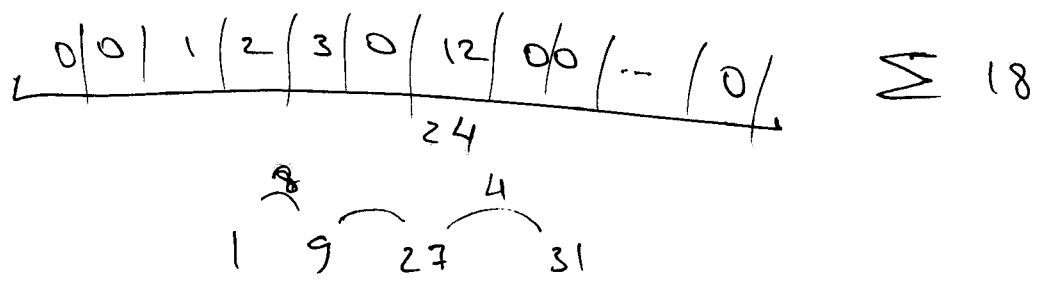
№3.

1 число:  $18 = 18$  (1)

2 числа:  $18 = 1+17 = 2+16 = 3+15 = \dots = 9+9$  (9)

3 числа:  $18 = 16+1+1 = 15+2+1 = 14+2+2 = 14+3+1 = 13+3+2 =$   
 $= 13+4+1 = 12+5+1 = 12+4+2 = 12+3+3 = 11+6+1 =$   
 $= 11+5+2 = 11+4+3 = 10+7+1 = 10+6+2 = 10+5+3 =$   
 $= 10+4+4 = 9+5+4 = 9+8+1 = 9+7+2 = 9+6+3 =$   
 ~~$9+9$~~   
 ~~$9+9$~~   $= 8+8+2 = 8+7+3 = 8+6+4 = 8+5+5 =$   
 $= 7+7+4 = 7+6+5 = 6+6+6$  (27)

4 числа:  $18 = 16+1+1+1 = 14+2+1+1 = 13+3+1+1 = 13+2+2+1 =$   
 $= 12+4+1+1 = 12+3+2+1 = 12+2+2+2 = 11+5+1+1 =$   
 $= 11+4+2+1 = 11+3+3+1 = 11+3+2+2 = 10+6+1+1 =$   
 $= 10+5+2+1 = 10+4+3+1 = 10+4+2+2 = 10+3+3+2 =$   
 $= 9+7+1+1 = 9+6+2+1 = 9+5+3+1 = 9+5+2+2 =$   
 $= 9+4+4+1 = 9+4+3+2 = 9+3+3+3 = 8+8+1+1 =$   
 $= 8+7+2+1 = 8+6+3+1 = 8+6+2+2 = 8+5+4+1 =$   
 $= 8+5+3+2 = 8+4+4+2 = 8+4+3+3 \in 31$



### №3. (часть 3)

- 1)  $10 + 8 = 18$
- 2)  $10 + 7 + 1 = 18$
- 3)  $10 + 6 + 2 = 18 \checkmark$
- 4)  $10 + 6 + 1 + 1 = 18$
- 5)  $10 + 5 + 3 = 18 \checkmark$
- 6)  $10 + 5 + 2 + 1 = 18$     07)  $10 + 5 + 1 + 1 + 1 = 18$
- 8)  $10 + 4 + 4 = 18 \checkmark$
- 9)  $10 + 4 + 1 + 3 = 18$
- 10)  $10 + 4 + 2 + 2 = 18 \checkmark$
- 11)  $10 + 4 + 2 + 1 + 1 = 18$
- 12)  $10 + 4 + 1 + 1 + 1 + 1 = 18$
- 13)  $10 + 3 + 3 + 2 = 18 \checkmark$
- 14)  $10 + 3 + 3 + 1 + 1 = 18$
- 15)  $10 + 3 + 2 + 1 + 1 + 1 = 18$
- 16)  $10 + 3 + 2 + 2 + 1 = 18$
- 17)  $10 + 3 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 18$
- 18)  $10 + 2 + 2 + 2 + 2 = 18 \checkmark$
- 19)  $10 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1 = 18$
- 20)  $10 + 2 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 = 18$
- 21)  $10 + 2 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 18$
- 22)  $10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 18$

Для чисел  $\leq 8$ :

$$8 + 8 + 2 = 18$$

8 разклад. на 22

$$8 + 8 + 1 + 1 = 18$$

случаи без 22 и 22 ер. 1

- 6 {  $8 + 7 + 3 = 18$
- $8 + 7 + 4 = 18$
- $8 + 6 + 3 + 1 = 18$
- $8 + 5 + 5 = 18$
- $8 + 5 + 4 + 1 = 18$
- $8 + 4 + 3 + 3 = 18$

Для чисел  $\leq 8$ :

$$22 + 22 + 6 = 50$$

22,

1)  $9 + 9 = 18$

2)  $9 + 8 + 1 = 18$

8 разклад. на 22 случаи

случаи, где нет 22 в сумме:

- 7 {  $9 + 7 + 2$
- $9 + 6 + 3$
- $9 + 5 + 4$
- $9 + 5 + 2 + 2$
- $9 + 4 + 3 + 2$
- $9 + 3 + 3 + 3$
- $9 + 3 + 2 + 2 + 2$

Значит, с числами  $\leq 9$   
сумм  $1 + 22 + 7 = 30$

# ДОПОЛНИТ. ЛИСТ №2.

## №3. (часть 4)

Для чисел  $\leq 7$ :

$$7 + 7 + 4 = 18$$

7 раскладыв. на 15 составляем

$$7 + 7 + 1 + 3 = 18$$

$$7 + 7 + 2 + 2 = 18$$

$$7 + 7 + 2 + 1 + 1 = 18$$

$$7 + 7 + 1 + 1 + 1 + 1 = 18$$

Случай без 4ки в сумме (или разлож. 4ки):

$$5 \left\{ \begin{array}{l} 7 + 6 + 5 = 18 \\ 7 + 2 + 3 + 3 + 3 = 18 \\ ~~7 + 5 + 5 + 1 = 18~~ \\ 7 + 6 + 2 + 3 = 18 \\ ~~7 + 6 + 2 + 3 = 18~~ \\ 7 + 5 + 3 + 3 = 18 \\ ~~7 + 5 + 3 + 3 = 18~~ \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{на чисел } \leq 7 \\ \text{вариантов} \\ 5 \cdot 15 + 5 = \\ - 80 \end{array} \right.$$

Для чисел  $\leq 6$ :

$$6 + 6 + 6 = 18$$

6 раскладыв. на 11 составляем

Случай, когда в сумме ~~без~~ без 6ки в сумме (или разлож. 6ки):

$$6 + 5 + 5 + 2 = 18$$

$$6 + 5 + 3 + 4 = 18$$

$$6 + 4 + 4 + 4 = 18$$

$$~~6 + 4 + 4 + 4 = 18~~$$

$$~~6 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18~~$$

$$6 + 5 + 3 + 2 + 2 = 18$$

$$~~6 + 5 + 3 + 2 + 2 = 18~~$$

4 варианта

Для чисел  $\leq 6$ :

$$11 \cdot 11 + 4 = 121 + 4 = 125$$

# №3. (часть Б)

Для чисел  $\leq 5$

~~5+5+3~~

$$18 = 6 + 6 + 6$$

↑ ↑ ↑  
разобьем на слагаемые  
все 6ки

Случаю когда в сумме нет 6ки и  
разложения 6ки:

20.9

$$\left\{ \begin{array}{l} 18 = 5 + 5 + 5 + 3 \\ \del{18 = 3 + 3 + 3 + 4 + 5} \\ 18 = 4 + 4 + 4 + 5 + 5 \\ \del{18 = 5 + 5 + 3 + 5} \\ \del{18 = 7 + 4 + 5 + 2} \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} 6 &= 3 + 3 \\ 6 &= 2 + 4 \\ 6 &= 1 + 5 \\ 6 &= 3 + 2 + 1 \\ 6 &= 4 + 1 + 1 \\ 6 &= 3 + 1 + 1 + 1 \\ &\dots \end{aligned}$$

Тогда, кол-во вар. где составлено:

$$11 \cdot 11 \cdot 11 + 2 = 121 \cdot 11 + 2 = 1333$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{121} \\ 11 \\ \hline 121 \\ \hline 121 \\ \hline 1331 \end{array}$$

~~11~~  $\geq$  кол-во способов разбить 18  
на сумму слагаемых - то чисел:

$$\begin{aligned} & \underline{1} + \underline{1} + \underline{2} + \underline{3} + \underline{5} + \underline{7} + \underline{11} + \underline{15} + \underline{22} + \underline{30} + \underline{50} + \underline{80} + \underline{125} + \underline{1333} = \\ & = \underline{30} + \underline{15} + \underline{1355} + \underline{160} + \underline{125} = \del{1330} 1400 + 285 = \\ & = \underline{1685} \end{aligned}$$

Имеет значение где расположены буквы,  
поэтому кол-во вариантов:

$$C_{24}^{x_1} + C_{24}^{k_2} + C_{24}^{k_3} + C_{24}^{k_5} + \dots + C_{24}^{k_{18}}$$

~~$k_1, k_2, k_3, k_5$  - кол-во сумм~~  $k_i$  - кол-во  
сумм равных 18 с  $i$  слагаемыми