

Титульный лист

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Фамилия Ж У М А Б Е К О В

Имя Д А Н И А Л

Отчество А З А Т О В И Ч

Дата рождения 0 5 1 1 2 0 0 6

Город участия О М С К

Аудитория 2 1

Телефон 8 9 5 0 3 3 5 7 2 6 8

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4

Подпись

Пример
заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Проверочный лист
Заполняется участниками

Направление информатика история математика
 обществознание русский язык физика
 химия

Класс 8 9 10 11

Город участия О М С К



Заполняется организаторами

Количество доп. листов *01* Количество черновиков к проверке *00*
 Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	0	0	—					
Балл члена жюри №2	20	20	0	0	—					

Итоговый балл 40

Подпись члена жюри №1  **Подпись члена жюри №2** 

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
 Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0



Бланк ответов

1 Вариант √ 1

Пусть n — ~~первое~~ ~~также~~ наименьшая из сумм, тогда $(n+1)$ — наибольшая, ясно, что ~~также~~ n — натуральное

~~Известно, что сумма~~ С одной стороны сумма всех 12 сумм равна $\frac{12 \cdot (n + (n+1))}{2} = 6(2n+1)$

А с другой стороны она равна удвоенной сумме всех чисел квадрата (т.к. каждое число входит равно в одну „горизонтальную“ и равно в одну „вертикальную“ сумму), т.е. она равна $2 \cdot \frac{36 \cdot (1+36)}{2} = ~~также~~ 36 \cdot 37$

Тогда, ~~также~~ ~~также~~ $36 \cdot 37 = 6(2n+1)$

$$36 \cdot 37 = 6(2n+1)$$

$$6 \cdot 37 = 2n+1$$

$$2n = 222 - 1$$

$$2n = 211$$

$$n = \frac{211}{2}$$

Но т.к. n — натуральное, то такого n быть не может.

Ответ: Нет, нельзя



1 Вариант №3 (1-а часть)

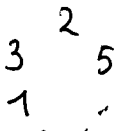
П.к. $2:1$ и $2:2$, то возможны 4 случая соседа
 двойки: $5 + \overset{1}{1} = 6$, $5 + \overset{3}{2} = 7$, $5 - \overset{4}{1} = 4$, $5 - \overset{7}{2} = 3$

- 1) $\begin{matrix} 3 & 2 & 5 \\ & & \dots \end{matrix}$ 2) $\begin{matrix} 6 & 2 & 5 \\ & & \dots \end{matrix}$ 3) $\begin{matrix} 7 & 2 & 5 \\ & & \dots \end{matrix}$ 4) $\begin{matrix} 4 & 2 & 5 \\ & & \dots \end{matrix}$

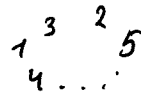
~~Первый случай "отпадает", т.к. $3:3$ и $3:1$. А значит соседка тройки может быть $2+3=5$ либо $2+1=3$. Эти числа уже использованы. Отпадает~~

IV Рассмотрим первый случай:

$3:3$ и $3:1 \Rightarrow$ её возможные соседи: $3, 5, 1$. П.к. первые два числа уже использованы, то её сосед - 1.



П.к. $1:1$, то её возможные соседи: $2, 4$. Но 1 число уже использовано, а значит её сосед - 4



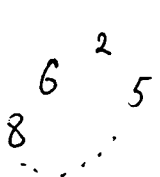
* П.к. $4:4$, $4:2$, $4:1$, то её возможные соседи:

$5, 3, 2$. Однако все эти числа использованы, а значит первый случай невозможен ✓

II Рассмотрим второй случай

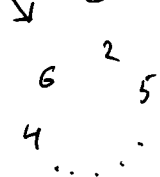
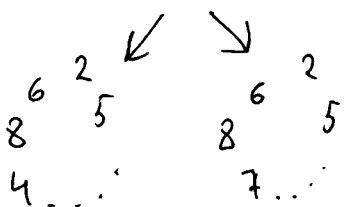
$6:6, 6:3, 6:2, 6:1 \Rightarrow$ её возможные соседи: $5, 8, 4, 3,$

1. Первое число уже использовано поэтому её соседи: $8, 4, 3, 1$



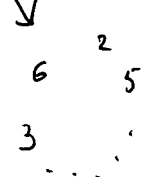
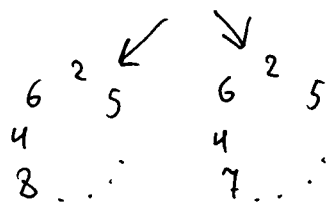
Возм. соседи:

6, 4, 5, 2, 7



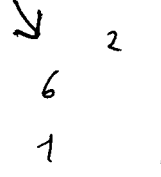
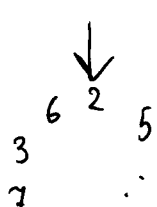
Возм. соседи:

4, 5, 2, 8, 7



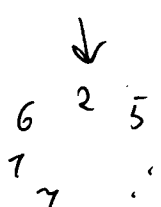
Возм. соседи:

6, 5, 7



Возм. соседи:

5, 7



Бланк ответов

1 Вариант √2

Заметим, что $a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)} = a\sqrt{b^2c^2 + 1 - b^2 - c^2}$

По условию $a^2 + 2abc = 1 - b^2 - c^2$

Тогда $a\sqrt{b^2c^2 + 1 - b^2 - c^2} = a\sqrt{b^2c^2 + 2abc + a^2} =$
 $= a\sqrt{(b^2c^2 + a)^2}$, А.т.к. по условию $a, b, c > 0$, то

~~Тогда~~ $a\sqrt{(bc+a)^2} = a(bc+a) = abc + a^2$

Аналогично

$$b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} = abc + b^2$$

$$c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} = abc + c^2$$

Тогда

$$a\sqrt{(1-c^2)(1-b^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} =$$

$$= abc + a^2 + abc + b^2 + c^2 + abc = 3abc + a^2 + b^2 + c^2$$

По условию $a^2 + b^2 + c^2 = 1 - 2abc$

А значит, $3abc + a^2 + b^2 + c^2 = 1 + abc$

~~Заметим, что~~

$$(1 + \sqrt{abc})^2 \geq 0$$

$$(1 - \sqrt{abc})^2 \geq 0$$

~~$$1 + 2\sqrt{abc} + abc \geq 1 - 2\sqrt{abc} + abc \geq 0$$~~

~~Откуда~~ $1 + abc \geq 2\sqrt{abc}$ Откуда $1 + abc \geq 2\sqrt{abc}$

А значит

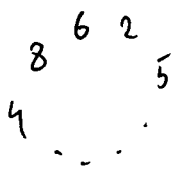
$$a\sqrt{(1-c^2)(1-b^2)} + b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)} + c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)} =$$

$$= 1 + abc \geq 2\sqrt{abc}$$

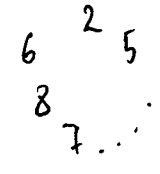
Что и требовалось доказать



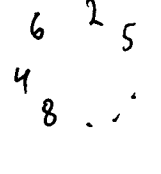
1 Вариантом $\sqrt{3}$ (2я часть)



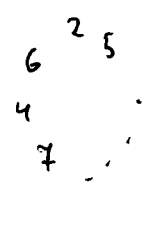
Возм. сос:
7, 4, 6



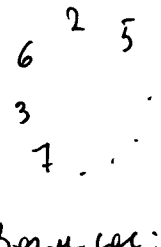
Возм. сос:
7, 1



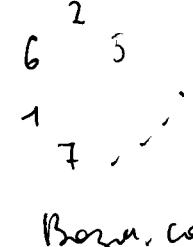
Возм. сос:
6, 4, 5, 3,
2



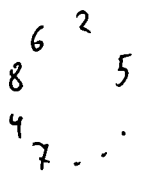
Возм. сос:
3



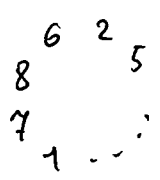
Возм. сос:
2, 4



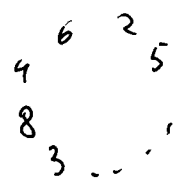
Возм. сос:
2, 8



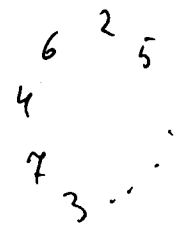
В.с.:
5, 3



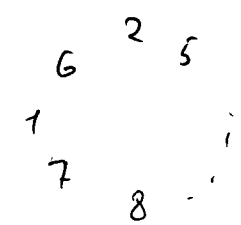
В.с.:
6



В.с.:
5, 7

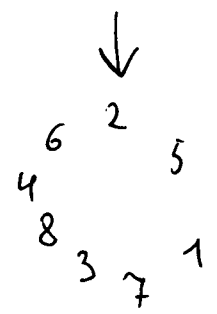


В.с.:
4, 6, 8

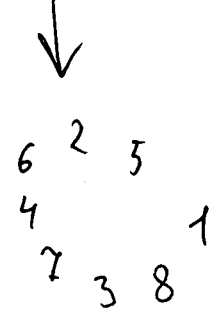


В.с.:
6, 3, 5

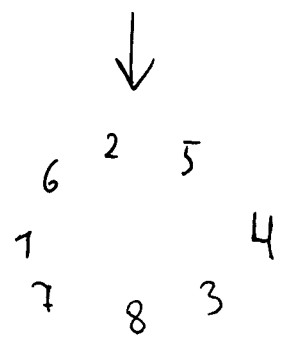
Последнее
определяется
однозначно



1 / (7-5)

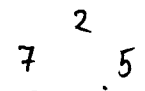


1 / (8-5)



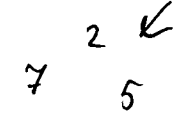
3 / (8-4)

III^v Рассмотрим третий случай



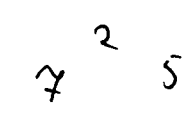
Возм. сос:

~~3, 1~~



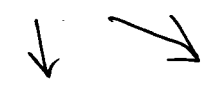
В.с.:

8, 4, 6



В.с.:

8, 6



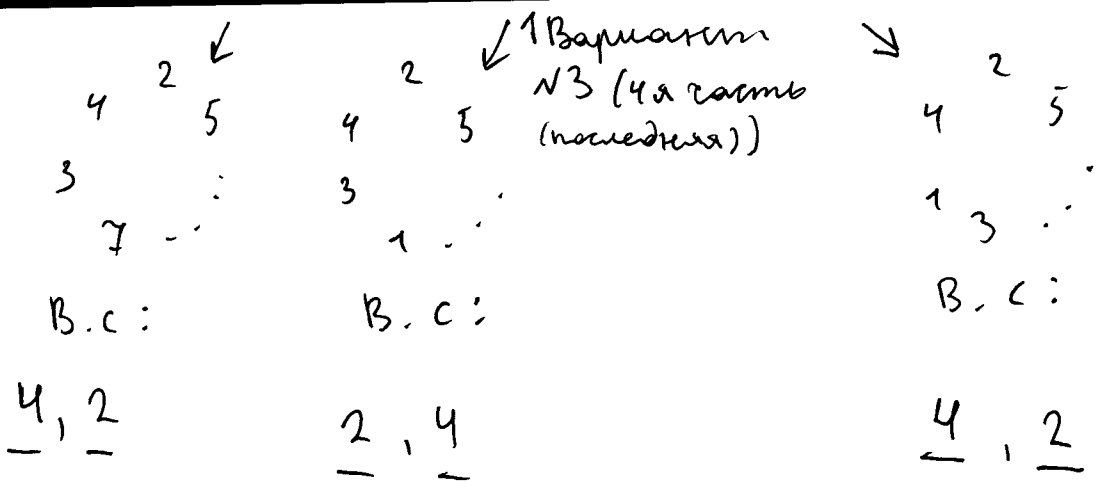
Бланк ответов

1 Вариант \checkmark 3 (за часть)

$\begin{array}{c} 7 \quad 2 \\ 3 \quad 5 \\ 8 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 7 \quad 2 \\ 3 \quad 5 \\ 4 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 7 \quad 2 \\ 3 \quad 5 \\ 6 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 7 \quad 2 \\ 1 \quad 5 \\ 8 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 7 \quad 2 \\ 1 \quad 5 \\ 6 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$
$\begin{array}{c} 4, 5, 7, 2, 1 \\ \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \\ 2 \quad 5 \\ 3 \quad 8 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 4, 5, 7, 2, 1 \\ \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \\ 2 \quad 5 \\ 3 \quad 4 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 4, 5, 6, 2, 1 \\ \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \\ 2 \quad 5 \\ 3 \quad 6 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 2, 3, 5, \\ \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \\ 2 \quad 5 \\ 1 \quad 8 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 7, 2, 3, 4 \\ \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \\ 2 \quad 5 \\ 1 \quad 6 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$
$\begin{array}{c} 7, 6, 4 \\ \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \\ 2 \quad 5 \\ 3 \quad 8 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 7 \\ \underline{1} \\ 2 \quad 5 \\ 3 \quad 8 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 5, 3 \\ \underline{1} \quad \underline{1} \\ 2 \quad 5 \\ 3 \quad 8 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 7, 5 \\ \underline{1} \quad \underline{1} \\ 2 \quad 5 \\ 3 \quad 8 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 7, 5, 3 \\ \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \\ 2 \quad 5 \\ 3 \quad 8 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$

IV Рассмотрим четвертой ~~и~~ случай

$\begin{array}{c} 4 \quad 5 \\ \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 3, 4, 6, 1 \\ \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \\ 2 \quad 5 \\ 3 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 4 \quad 5 \\ \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 4 \quad 5 \\ \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$
$\begin{array}{c} 5, 7, 3, 1 \\ \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \quad \underline{1} \\ 2 \quad 5 \\ 3 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 5, 3 \\ \underline{1} \quad \underline{1} \\ 2 \quad 5 \\ 3 \quad \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 4 \quad 5 \\ \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$	$\begin{array}{c} 4 \quad 5 \\ \dots \\ \text{В.с.:} \end{array}$



П.к. все варианты, в которых 4 и 6 не стоят рядом невозможны, то 4 и 6 обязательно стоят рядом

В решении использовалось обозначение Возможные соседи (Возм. сос., В.с.) — возможный вариант следующего числа после последнего найденного определённого по часовой стрелке.

Подчеркнутые числа в В.с. — это числа которые уже встречались до этого, а значит ещё раз они использоваться не могут

потеряли мест в дереве перебора ~~и~~

Найдён ещё один потерянный мест, перебор не полный

1 Вариантом №4

Докажем теорему

Пример на 28 оборотной: 110111

				0	0		
	0		0		0	0	
0	0	0		0	0		
0		0				0	
	0				0		0
		0	0		0	0	0
	0	0		0		0	
		0	0				

0 - оборотки

Оценка: Видно стоит отметить, что только оборотки в центральном квадрате 4×4 дают по 4 клетки, при этом от каждой оборотки из центрального квадрата 4×4 даёт 2 клетки из центрального квадрата и 2 клетки вне него.

Заметим, что ~~клетки~~ ^{оборотки} вне центрального квадрата 4×4 дают либо только 2 клетки, либо 3 клетки, но одна из них попадает на центральный квадрат 4×4 , поэтому можно сказать, что каждая ~~клетка~~ ^{оборотка} вне центрального квадрата 4×4 даёт по 2 свободные клетки.

Заметим, чтобы подбить клетки угловых квадратов 2×2 необходимо по 4 ~~клетки~~ ^{оборотки}, причем летящая вне центрального квадрата 4×4 .

Стоит отметить что при этом оборотки вне центр. квадрата 4×4 пересекаются с оборотками внутри него ~~по 8 раз~~ ^{по 8 раз}. Тогда всего оборотки как минимум

$$\frac{4 \cdot 4}{4} + \frac{8 \cdot 8 - 4 \cdot 4}{2} + 4 = 4 + 16 +$$

