ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101051959425

Титульный лист

Направление	☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11
Фамилия	РОЖНОВА
Имя	ДАРЬЯ
Отчество	ВЛАДИМИРОВНА
Дата рождения	05 12 2008
Город участия	ТЮМЕНЬ
Аудитория	317
Телефон	89829036623
Дата	05 02 2024
Подпись	

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101051959425

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☒ информатика ☐ история ☐ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☒ 9 ☐ 10 ☐ 11

Город участия ТЮМЕНЬ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	25	00	07						
Балл члена жюри №2	20	25	00	07						

Итоговый балл 052

Подпись члена жюри №1 Исто

Подпись члена жюри №2 Шаб

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

№3

Заметим, что т.к. в одной лунке может стоять любое количество фишек, то для каждой фишки есть 24 варианта куда её поставить. (Т.к. в условии не указано, нужно ли считать различными или одинаковыми варианты отличающиеся только перестановкой лунок, будем считать их различными). В таком случае всего вариантов стартовых позиций будет $\underbrace{24\cdot24\cdot\ldots\cdot24}_{18\text{ раз}}$, или 24^{18}

Ответ: 24^{18} вариантов.

−

№4

1) Заметим, что 101 — простое число, а значит единственные его делители — это 1 и 101. У чисел 1 и 101 НОД=1, $1\cdot101=101$, а значит для числа 101 есть 1 пара чисел, описанная в условии. А значит, красота числа 101 равна 1

Ответ: 1

\+ 1 б

2) Заметим, что любое число можно представить в виде произведения простых чисел. Тогда у чисел a и b все простые делители должны быть различны, а значит наибольшая красота будет у числа у которого будет максимальное количество различных простых делителей, т.к. тогда выбрать числа a и b будет наибольшее количество способов. Посчитаем, произведение какого максимального количества различных простых чисел будет меньше 1024 (для этого воспользуемся жадным алгоритмом — будем перемножать наименьшие простые числа пока их произведение не станет больше 1024):

$2\cdot3\cdot5\cdot7=210$

$2\cdot3\cdot5\cdot7\cdot11=2310>1024$, => наибольшее количество различных простых делителей равно 4.

почему жадный здесь работает?

Тогда ответ будет равен:

$$\underset{(1\text{ и }x,\text{ т.к. }1-\text{не простое число})}{1} + \underset{(\text{выбрать 1 и 3 делителя})}{C_4^1} + \underset{(\text{выбрать 2 и 2 делителя})}{C_4^2} = 1+4+\frac{4\cdot3}{2} = 5+6=11$$

−. 3 б

Значит, максимальная красота равна 11.

Ответ: 11

№1

[redacted] Назовем противоположными два числа, или стоящие в одном ряду но в первом и последнем столбце, или стоящие в одном столбце но в первом и последнем ряду. Докажем, что сумма двух чисел стоящих рядом в первом столбце или первом ряду равна сумме их противоположных:

1	2
3	4
5	6
7	8

Пронумеруем клетки как показано на рисунке. Заметим, что $(1+2)+(3+4)=64$ по усл., $(3+4)+(5+6)=64$ по усл., но тогда $(1+2)+(5+6)=64$. $(5+6)+(7+8)=64$ по усл., тогда $(1+2)+(7+8)=64$. Дойдем таким образом до конца ряда и заметим, что утверждение действительно верно.

Бланк ответов

(+) 2 0 б

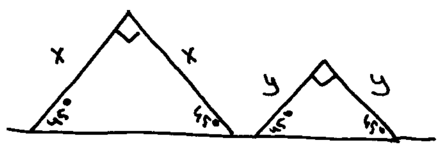
№1 (продолжение)

В таком случае разобьем все числа по периметру на такие пары: получим 1024 пары по строкам и $(512-2)/2 = 255$ пар по столбцам (отнимаем 2 чтобы не посчитать ~~крайние~~ угловые клетки 2 раза). Тогда ответ будет равен $(1024 + 255) \cdot 2 \cdot 64 = 1279 \cdot 128 = 163712$.

(т.к. по 2 пары)

Ответ: 163712

№2



1) Заметим, т.к. у р/б треугольника углы при основании 45°, то он прямоугольный по теореме о сумме углов тр-ка. Тогда площади равны $\frac{x^2}{2}$ и $\frac{y^2}{2}$. Также заметим, что $S_{min} = S_{min\_a} + S_{min\_b}$

площадь первого тр-ка; площадь второго тр-ка

(+) 2 5 б

2) $2x + 2y = 4096$ по усл.

$\Rightarrow x + y = 2048$

$\Rightarrow y = 2048 - x$

3) $\frac{x^2+y^2}{2} = \frac{x^2 + (2048-x)}{2} = \frac{x^2 + 2048^2 - 4096x + x^2}{2} = x^2 - 2048x + \frac{2048^2}{2}$

$y' = x^2 - 2048x + \frac{2048^2}{2}$ — график парабола, ветви вверх, минимум в вершине

$x_B = \frac{-b}{2a} = \frac{2048}{2} = 1024$

Т.к. $x + y = 2048$ и $x_{min} = 1024$, то с y — аналогично, и $y = 1024$.

Тогда минимальная площадь равна $2 \cdot \left(\frac{1024^2}{2}\right) = 1024^2$ ∎

Ответ: 1024^2

Бланк ответов