ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101910419323

Титульный лист

Направление	☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия
Класс	☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11
Фамилия	СЕРКИН
Имя	ПАВЕЛ
Отчество	АЛЕКСАНДРОВИЧ
Дата рождения	22 12 2006
Город участия	ЕКАТЕРИНБУРГ
Аудитория	ГУК401
Телефон	89602450892
Дата	05 02 2024
Подпись	

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101910419323

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ■ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ■ 10 ☐ 11

Город участия ЕКАТЕРИНБУРГ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке 01

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	15	0	5	5	–					
Балл члена жюри №2	15	0	5	5	–					

Итоговый балл 25

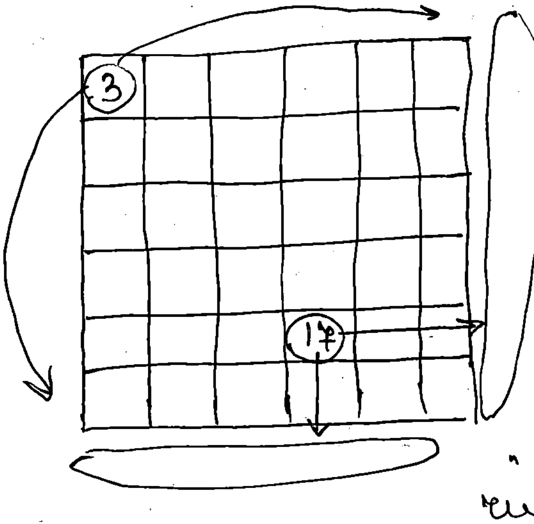
Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1



Если расставлять числа в клетки, то можно заметить, что каждое учитывается в суммах 2 раза: по вертикалям и горизонтали.

А следовательно сумма всех „вертикальных" и „горизонтальных" чисел равна удвоенной сумме чисел от 1 до 36.

$$S = 2(1+2+\ldots+35+36) = 2\cdot 18\cdot 37 = 2\cdot \overset{666}{606} = 1212$$

Заметим, что если число последовательные, то они составляют алгебраическую последовательность с $d=1$. Следовательно их сумма равна $S = \frac{2a_1+(n-1)d}{2}\cdot n$, где $d=1$, а $n=12$. Найдём a_1

$$1212 = \frac{2a_1+11}{2}\cdot 12 = (2a_1+11)\cdot 6$$

$$2a_1+11 = 202$$

$$2a_1 = 191$$

$$a_1 = \frac{191}{2} = 95\frac{1}{2}$$

Ход решения верный, но допущена арифм. ошибка

Т.к. a_1 не целое, то такое невозможно, потому что сумма целых чисел не может быть не целой

±

Задание 4

Рассмотрим все уникальные случаи постановки вампира на поле.

номер варианта

1 – 2 – кол-во битых клеток

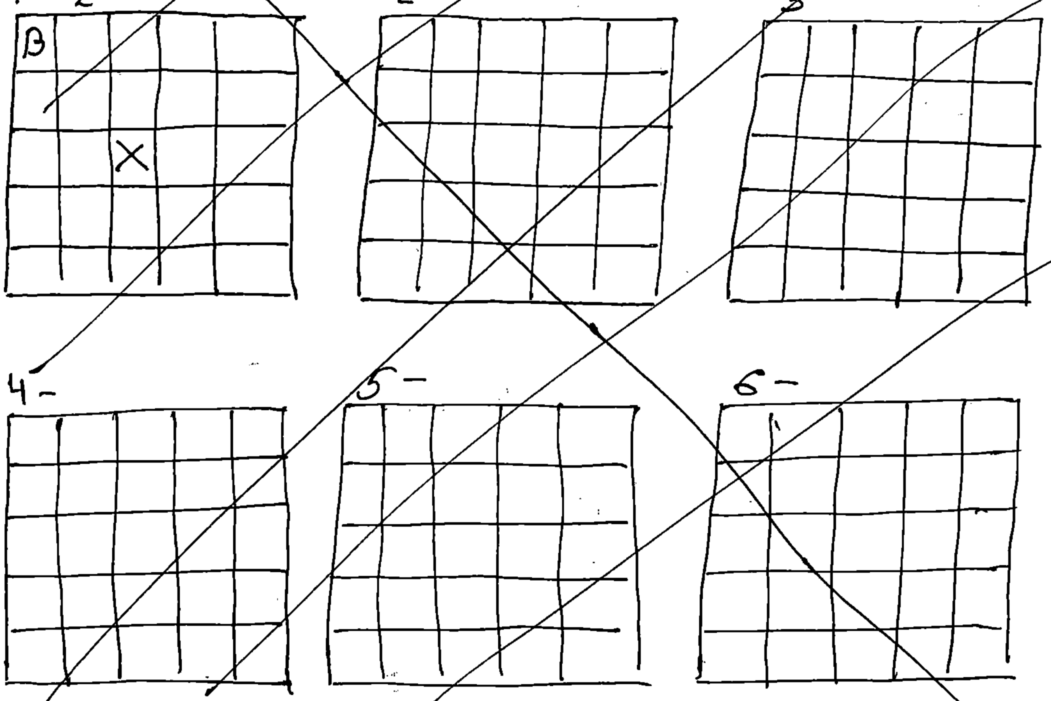
2 –

3 –

4 –

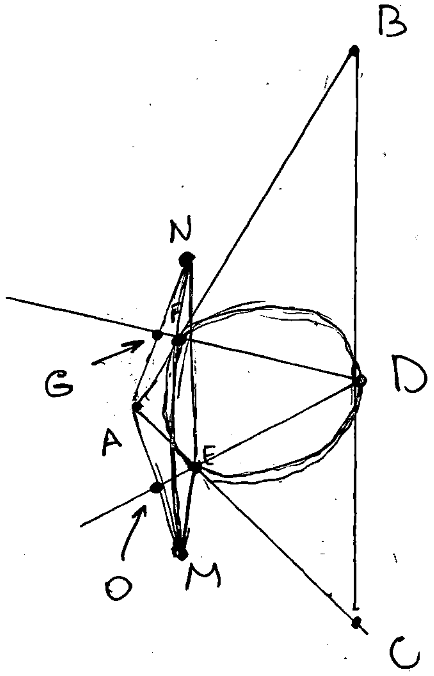
5 –

6 –



Бланк ответов

Задание 3



Дано:

~~AB~~ $AN \perp DG$

$AM \perp DO$

$AG = GN$

$AO = OM$

Док-ть: ~~AB~~ $MENF$ – пар-м

1. ⊁ $\triangle AEO$ и $\triangle OME$:

1) $\angle AOE = 90° = \angle MOE$

2) OE – общая

3) $AO = OM$

$\Rightarrow \triangle AEO = \triangle OME \Rightarrow AE = EM$ ✓

Аналогично $\triangle AGF = \triangle NGF$

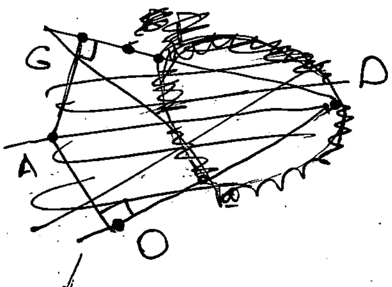
$\Rightarrow AF = FN$

AF и AE – кас к окр. $\Rightarrow AF = AE \Rightarrow EM = FN$ ✓

2. ⊁ $\triangle AFM$ и $\triangle AEN$:

1) $AF = AE$

Докажем, что $AG = AO \Rightarrow AN = AM$:



~~$AG \perp DG$~~

~~$AO \perp OD$~~

~~$\Rightarrow$ (A) равноудалена от~~

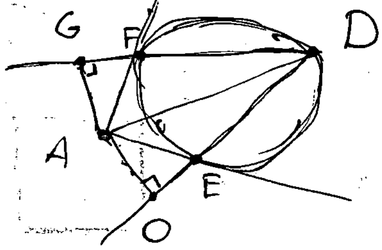
AD – бисс. $\angle A$ в $\triangle ABC$ и в $\triangle AFE$, т.к. AD проходит (неверно) через центр окружности

$\Rightarrow \angle DAF = \angle DAE$, $AE = AF$, AD - общая $\Rightarrow \triangle AFD = \triangle AED$

$\Rightarrow \angle FDA = \angle EDA$

$\Rightarrow \triangle AOD = \triangle AGD$

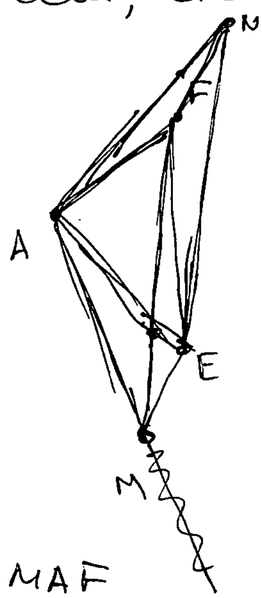
$\Rightarrow GA = OA$



2) $AN = AM$

(см. оборот)

Докажем, что $\angle NAE = \angle MAF$:



$\triangle AFN = \triangle AEM$
$\Rightarrow \angle NAF = \angle MAE$

$\angle NAE = \angle NAF + \angle FAE$

$\angle MAF = \angle MAE + \angle FAE$
$\Rightarrow \angle NAE = \angle MAF$

3) $\angle NAE = \angle MAF$

из 1) 2) 3) следует, что $\triangle AFM = \triangle AEN$
$\Rightarrow \underline{FM = EN}$

$\left.\begin{matrix} FM = EN \\ ME = GN \end{matrix}\right\} \Rightarrow MENG$ - параллелограмм

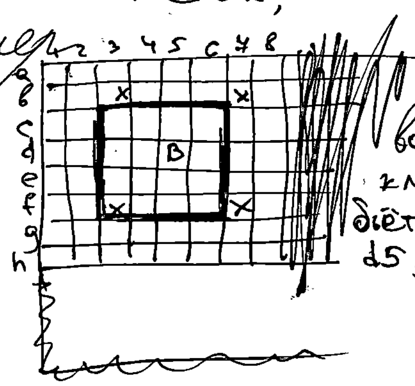
Задание 4

Ответ: 16

x	x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x	x
x	x	B	B	B	B	x	x
x	x	B	B	B	B	x	x
x	x	B	B	B	B	x	x
x	x	B	B	B	B	x	x
x	x	x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x	x	x

Заметим, что если вампир находится в центре квадрата 8×8 в любой точке области 4×4, то он бьёт максимальное число клеток, а именно 5:

– пример на 16



Например, вампир в клетке d5 бьёт 5 клеток: d5, b3, b7, f3, f7

не доказано

$\Rightarrow$ Рациональнее всего располагать вампиров именно там. Если убрать отсюда хотя бы одного вампира, то какая-то точка обязательно останется не бита

Бланк ответов

Задание 2

См. черновик с выдел. Задание 2

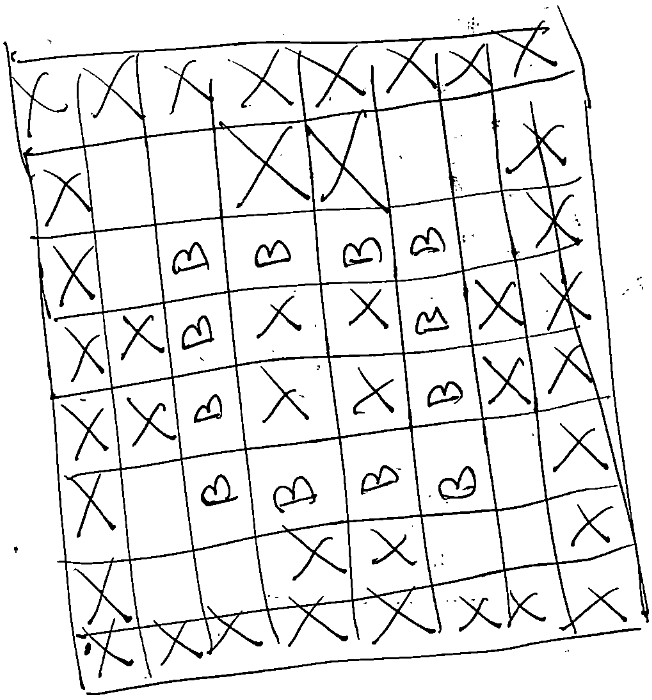
$a_{2023} \le \sqrt{2a-1}$

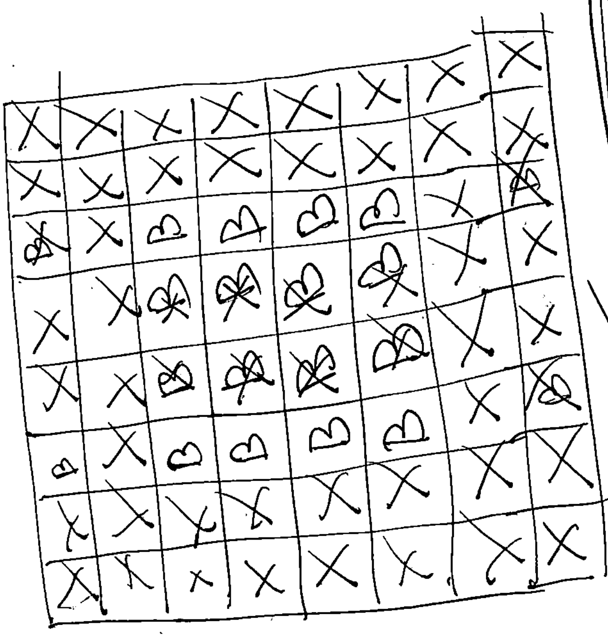
$2\sqrt{2a-1}-1$

$(2a_{2023})^2 = 4a_{2023}^2$

$2a_i - 1$

$(a_{2022}+1)^2 = \frac{a_{2022}^2 + 2a_{2022} + 1}{4}$





К проверке:

$\boxed{\text{Задание 2}}$

$a_{2023}^2 \le 2a_1 - 1$

$\Rightarrow a_1 \ge \frac{1}{2}$

$1 \le i \le 2022$ и $a_i^2 \ge 2a_{i+1} - 1$

$a_i^2 - 2a_{i+1} + 1 \quad ? \quad 0$

$a_{2022}^2 - 2a_{2023} + 1 \quad ? \quad 0$

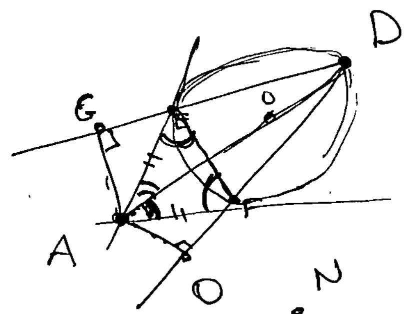
$a_{2022}^2 \ge 0$

$a_{2023} \le 0$?

$\Rightarrow a_{2022}^2 - 2a_{2023} + 1 \ge 0$

$\Rightarrow a_{2022}^2 \ge 2a_{2023} - 1$

ч.т.д.



AD - бисс ∠A в △AEF

⇒ △ADF = △AED ⇒ ∠GDA = ∠ODA

⇒ △AGD = △AOD

△AEM = △ANF ⇒ ∠NAF = ∠MAE