ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302265257872

Титульный лист

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Фамилия Т Р О Т Т

Имя М А Р Г А Р И Т А

Отчество А Л Е К С Е Е В Н А

Дата рождения 2 1 0 4 2 0 0 6

Город участия Ч Е Л Я Б И Н С К

Аудитория 2 5 9

Телефон 8 9 9 9 5 8 2 1 8 4 4

Дата 0 5 0 2 2 0 2 4 **Подпись**

Пример заполнения
А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302265257872

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс [ ] 8 [ ] 9 [ ] 10 [x] 11

Город участия ЧЕЛЯБИНСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов Количество черновиков к проверке

Время выхода с : до :

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	–	20	20	–					
Балл члена жюри №2	20	–	20	20	–					

Итоговый балл 60

Подпись члена жюри №1 **Подпись члена жюри №2**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Задание 1.

Предположим, что у нас получилось расставить числа так, чтобы 12 сумм оказались 12ю последовательными числами.

Заметим, что в эти 12 сумм каждое число входит по 2 раза: 1 раз в сумме по строке и 1 раз в сумме по столбцу. Тогда сумма получившихся 12 сумм должна быть удвоенной суммой всех чисел в таблице, то есть

$2\cdot(1+2+\ldots+35+36) = 2\cdot\frac{36\cdot 37}{2} = 36\cdot 37$ (по формуле суммы арифметической прогрессии. С другой стороны данная сумма должна равняться сумме 12 последовательных чисел. Пусть первое число — $x+1$, тогда:

$$S = ((x+1)+(x+2)+\ldots+(x+12)) = \frac{12\cdot(x+12+x+1)}{2} = 6\cdot(2x+13)$$

Два полученных числа должны равняться друг другу:

$$6(2x+13) = 36\cdot 37$$
$$2x+13 = 6\cdot 37$$
$$2x+13 = 222$$
$$2x = 209$$
$$x = 104{,}5 \Rightarrow x+1 = 105{,}5$$

$37 \times 6 = 222$

$222-13 = 209$

Расставленные числа были натуральными от 1 до 36, значит их сумма не может быть не целым числом. Получили противоречие. Расставить числа таким образом нельзя.

+

~~Задание 3.~~

~~Утверждение, что если числа 4 и 6 тоже окажутся рядом, неверно, так как существует контрпример:~~

~~2 5~~

~~3 4~~

~~7 6~~

~~Убедимся, что данная расстановка верная:~~

~~2:~~

См. обратную сторону.

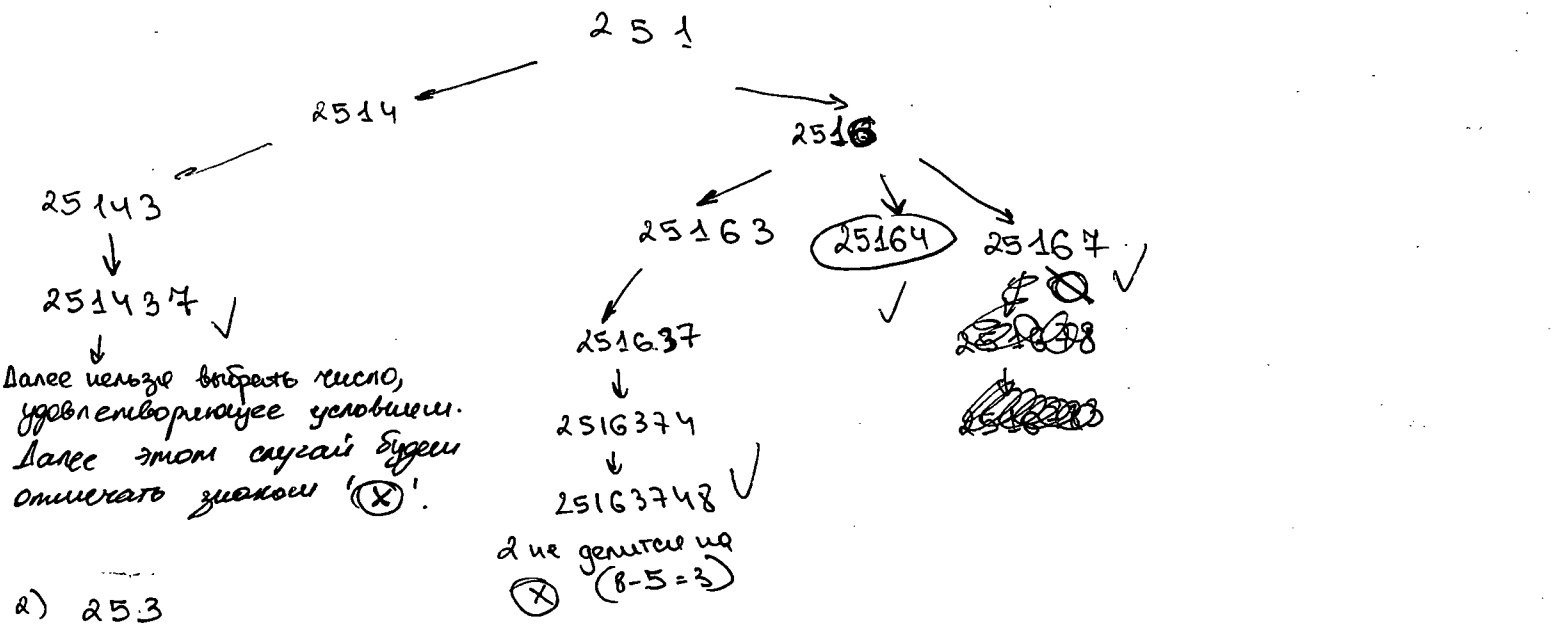
Задание 3

Рассмотрим все возможные случаи расстановки ~~чис~~ чисел.
Пусть у нас уже есть 2 числа: 2, 5. Будем добавлять справа по одному числу. Рассмотрим делители каждого числа:

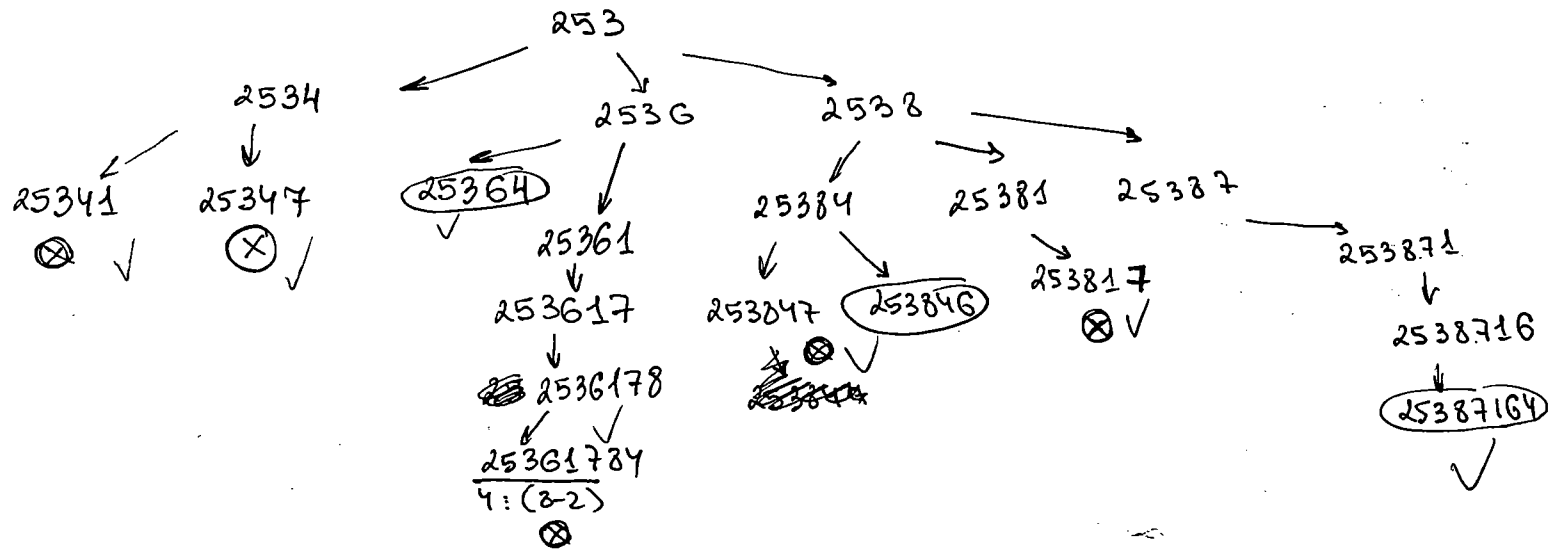
1: 1	5: 1, 5
2: 1, 2	6: 1, 2, 3, 6
3: 1, 3	7: 1, 7
4: 1, 2, 4	8: 1, 2, 4, 8

Каждое число делится на разность своих соседей, значит ~~[illegible]~~ при добавлении нового числа, предпоследнее должно быть на один из делителей последнего числа больше или меньше нового числа, при этом новое число не должно уже встречаться в последовательности, оно должно быть больше 0 и меньше 9.
Третье число может быть 1, 3, 7.
Нарисуем дерево вариантов для каждого из случаев.

1) 251

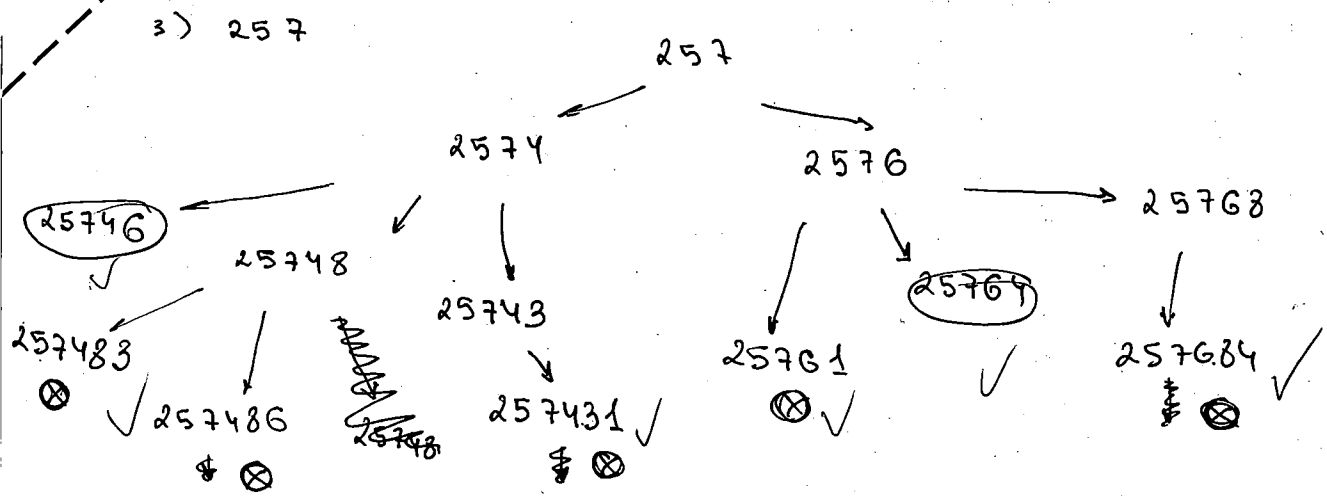


2) 253



см на стр. 2

3) 257



Остались только обведенные числа, в остальных наблюдается противоречие. Заметим, что в каждом обведенном числе 4 и 6 стоят рядом. Данный факт доказан.

Задание 4

Оценим, какое минимальное количество фигур мы можем расставить. Заметим что среди клеток, попадающих под ~~[illegible]~~ удар одной фигурой не найдется 2 клеток лежащих в квадрате 2×2. Из этого следует, что чтобы все клетки угловых квадратов 2×2 были побиты нужно как минимум 4 фигуры. Также заметим, что между угловыми квадратами 2×2 остаётся ещё 4 клетки. Значит, если фигура бьет какую-либо клетку угловых квадратов, она не достанет до другого углового квадрата. Значит каждый угловой квадрат бьет ~~[illegible]~~ оценка 4 своих фигур, то есть минимальное количество фигур = 16. Построим пример на 16 фигур:

×	×	×	×	○	○	×	×
×	×	○	○	×	×	×	×
○	○	×	×	×	×	×	×
×	×	×	×	×	×	○	○
×	×	×	×	×	×	○	○
○	○	×	×	×	×	×	×
×	×	○	○	×	×	×	×
×	×	×	×	○	○	×	×

— пример

см. обратную ст.

Бланк ответов