ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302585285292

Титульный лист

Направление	☐ информатика	☐ история	☒ математика
	☐ обществознание	☐ русский язык	☐ физика
	☐ химия		

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☐ 10 ☒ 11

Фамилия АЛЕКСАНДРОВ

Имя ГЕОРГИЙ

Отчество СЕРГЕЕВИЧ

Дата рождения 01 09 2006

Город участия ЧЕБОКСАРЫ

Аудитория 206

Телефон 89603098988

Дата 05 02 2024 **Подпись**

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

1302585285292

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление
- [ ] информатика
- [ ] история
- [x] математика
- [ ] обществознание
- [ ] русский язык
- [ ] физика
- [ ] химия

Класс
- [ ] 8
- [ ] 9
- [ ] 10
- [x] 11

Город участия ЧЕБОКСАРЫ

Заполняется организаторами

Количество доп. листов

Количество черновиков к проверке

Время выхода с 11:19 до 11:23

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	0	0	5	0					
Балл члена жюри №2	20	0	0	5	0					

Итоговый балл 25

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

Вариант -1.

Задание 1.

Допустим, что можно расставить числа от 1 до 36 в квадрат 6 на 6 => сумма (S) полученных 12 чисел будет равна:

1) Сумма 6 сторон это сумма чисел от 1 до 36 => $\Rightarrow S_{\text{сторон}}$ (сумма сторон) $= \frac{36 \cdot 37}{2} = 18 \cdot 37$

Сумма 6 строк по вертикали будет аналогичным образом равна $18 \cdot 37 \Rightarrow S = 2 \cdot 37 \cdot 18 = 36 \cdot 37$

2) Пусть k - минимальное число из 12 полученных чисел $\Rightarrow S = \frac{2k+11}{2} \cdot 12 = 6k+11$ - это сумма 12 чисел арифметической прогрессии

$6(2k+11) = 36 \cdot 37$

Разделим все на 6:

$2k+11 = 6 \cdot 37$

Рассмотрим каждую часть получившегося уравнения.

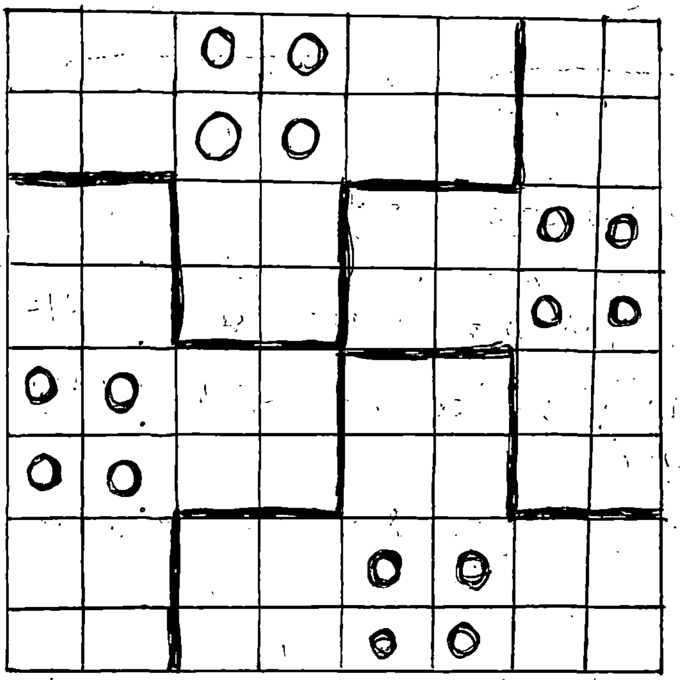
1. $2k+11$: $2k$ - четное (т.к. 2-четное число), а $2k+11$ - нечетное (т.к. 11 - нечетное число, а 2k-четное)

2. $6 \cdot 37$: четное число, так как умножение на четное число 6 в результате дает четность. ($6 \cdot 37 = 222$ - четное число)

Таким образом, можно заметить, что левая часть уравнения нечетная, а правая четная, что никак не может быть => невозможно так расставить.

Ответ: нет, невозможно.

Задание 4.



Зная как бьет оборотень, можно сделать вывод, что не доказано выгоднее всего расположить удары рядом, кучками по 4. Также, лучше всего, чтобы удары не приходились на одни и те же клетки. Для этого разделим квадрат на 4 фигуры (как показано на рисунке) и сделаем удары. пример Таким образом получилось 16 оборотней.

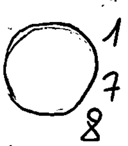
∓

Ответ: 16.

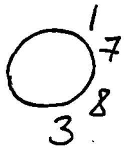
Задание 3.

но можно получить разность 1

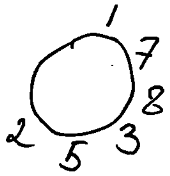
1. Рассмотрим число 7. Оно простое. Разность 7 можно получить только из ~~числа 8 или 1~~ чисел 8 и 1 =>

=> 

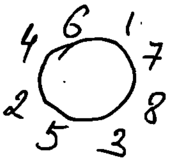
=> 2. получаем 8, которую можно поделить на 1, 2, 4 и 8. Допустим 4 можно получить из 7 − 3 => рядом с 8 будет стоять 3.



3. Число 3 делится на 3 и на 1 => разность 3 можно получить только 8 − 5 = 3 => рядом с 3 стоит 5, а рядом с 5 стоит 2 (по условию).



4. Оставшиеся числа — 4 и 6. Они гарантированно будут стоять рядом.



что и требовалось доказать.

Ответ: 4 и 6 рядом.

Задание 5.

Заметим, что так как окружность с центром в точке I вписана в треугольник ABC, то точки D, E, F являются точками касания этой окружности со сторонами треугольника. Также заметим, что так как точка M симметрична вершине A относительно прямой DE, то треугольник AME равнобедренный, так как AM = ME (по свойству симметрии). Аналогично для треугольника AMF.

Теперь рассмотрим окружности, построенные на отрезках IE и IF как на диаметрах. Поскольку IF – это касательная

неверно

к окружности с центром в точке I, то угол FIK прямой. Также угол FIK = 90°, т.к. IF – диаметр окружности. Теперь заметим, что угол FAK также равен 90°, так как он опирается на диаметр AF окружности.

Следовательно, точки A, I и K лежат на одной прямой. Так как точка M симметрична вершине A относительно

неверно

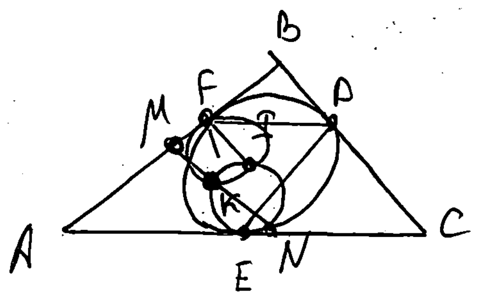
прямой DF, то прямые MK и AK симметричны относительно прямой DF. Таким образом, точка K лежит на прямой MK

N и M не лежат на сторонах ΔABC

Также, т.к. N – середина стороны BC треугольника ABC, то MN параллельна BC. Так как BC параллельна EF (обе перпендикулярны к AI), то MN параллельна EF.

Но мы уже знаем, что EF проходит через точку K =>
=> MN проходит через K.

Таким образом мы доказали, что т. K лежит на MN.



Задание 2.

$a\sqrt{(1-b^2)(1-c^2)}+b\sqrt{(1-c^2)(1-a^2)}+c\sqrt{(1-a^2)(1-b^2)}=$

$=\sqrt{a^2(1-b^2)(1-c^2)}+\sqrt{b^2(1-c^2)(1-a^2)}+\sqrt{c^2(1-a^2)(1-b^2)}$

$a^2+b^2+c^2+2abc=1 \Rightarrow$

$\Rightarrow \underline{a^2(1-b^2)(1-c^2)+b^2(1-c^2)(1-a^2)+c^2(1-a^2)(1-b^2)=}$ Как вы сложили выражения под разными корнями?

$=(a^2-a^2b^2-a^2c^2+a^2b^2c^2)+b^2-b^2c^2-b^2a^2+b^2a^2c^2)+$

$+(c^2-c^2a^2-c^2b^2+c^2a^2b^2)$

Каждое слагаемое в сводне равно $a^2+b^2+c^2-a^2b^2-a^2c^2-$

$-b^2c^2+a^2b^2c^2=(a+b+c)-(ab+bc+ca)+abc$

$(a+b+c)-(ab+bc+ca)+abc=1-2abc$

Вернемся к исходному неравенству:

$\sqrt{(a+b+c)}-\sqrt{ab+bc+ca}+\sqrt{abc}\geqslant 2\sqrt{abc}$

$\sqrt{a+b+c}-\sqrt{(ab+bc+ca)}=2\sqrt{abc}$, так как $a+b+c=1$

$2\sqrt{abc}\geqslant 2\sqrt{abc}$

Это неравенство выполняется всегда, так как обе его части равны между собой. $\Rightarrow$ исходное неравенство также равно для всех положительных a, b, c.

Бланк ответов