ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101589292603

Титульный лист

Направление: ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс: ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Фамилия: ДОЛГОШЕЙ

Имя: РОМАН

Отчество: СТАНИСЛАВОВИЧ

Дата рождения: 15 03 2007

Город участия: КРАСНОЯРСК

Аудитория: 3-20

Телефон: 89135851159

Дата: 05 02 2024

Подпись:

Пример заполнения

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф
Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

ИЗУМРУД
ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ

3101589292603

Проверочный лист

Заполняется участниками

Направление ☐ информатика ☐ история ☒ математика ☐ обществознание ☐ русский язык ☐ физика ☐ химия

Класс ☐ 8 ☐ 9 ☒ 10 ☐ 11

Город участия КРАСНОЯРСК

Заполняется организаторами

Количество доп. листов ☐☐ Количество черновиков к проверке ☐☐

Время выхода с ☐☐:☐☐ до ☐☐:☐☐

Протокол проверки
Заполняется жюри

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Балл члена жюри №1	20	20	20	5	0					
Балл члена жюри №2	20	20	20	5	0					

Итоговый балл 65

Подпись члена жюри №1

Подпись члена жюри №2

Пример заполнения А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0

Бланк ответов

№2

Пусть не существует такого i, что $a_i^2 \geqslant 2a_{i+1}-1$,
Тогда при $\forall i \in [1;2022]$ верно $a_i^2 < 2a_{i+1}-1$. $\Rightarrow$

$\Rightarrow a_{i+1} > \frac{a_i^2+1}{2} \geqslant \sqrt{a_i^2 \cdot 1} = |a_i| \geqslant a_i$, Значит $a_{2023} > |a_{2022}| > \ldots$

$\ldots > |a_1|$. Заметим, что $\cancel{a_{2023}^2}\, a_{2023} > \frac{a_{2022}^2+1}{2} > 0$, тогда

$\cancel{a_{2023}^2}\, a_{2023} > |a_1| \Rightarrow a_{2023}^2 > a_1^2$, но по усл. $a_{2023}^2 \leq 2a_1-1$

Получаем, что $a_1^2 < a_{2023}^2 \leq 2a_1-1 \Rightarrow 2a_1-1 > a_1^2$;

$a_1^2-2a_1+1 < 0 \Leftrightarrow (a_1-1)^2 < 0 \Rightarrow$ противоречие,

значит $\exists i \mid a_i^2 \geqslant 2a_{i+1}-1$

ч.т.д.

№4

Заметим, что каждый вампир занимает max ~~4~~ 5 клетки

$\Rightarrow$ min кол-во вампиров: $\frac{64}{\cancel{4}8} = \cancel{8}\,16$ (64 — # клеток на доске 8×8)

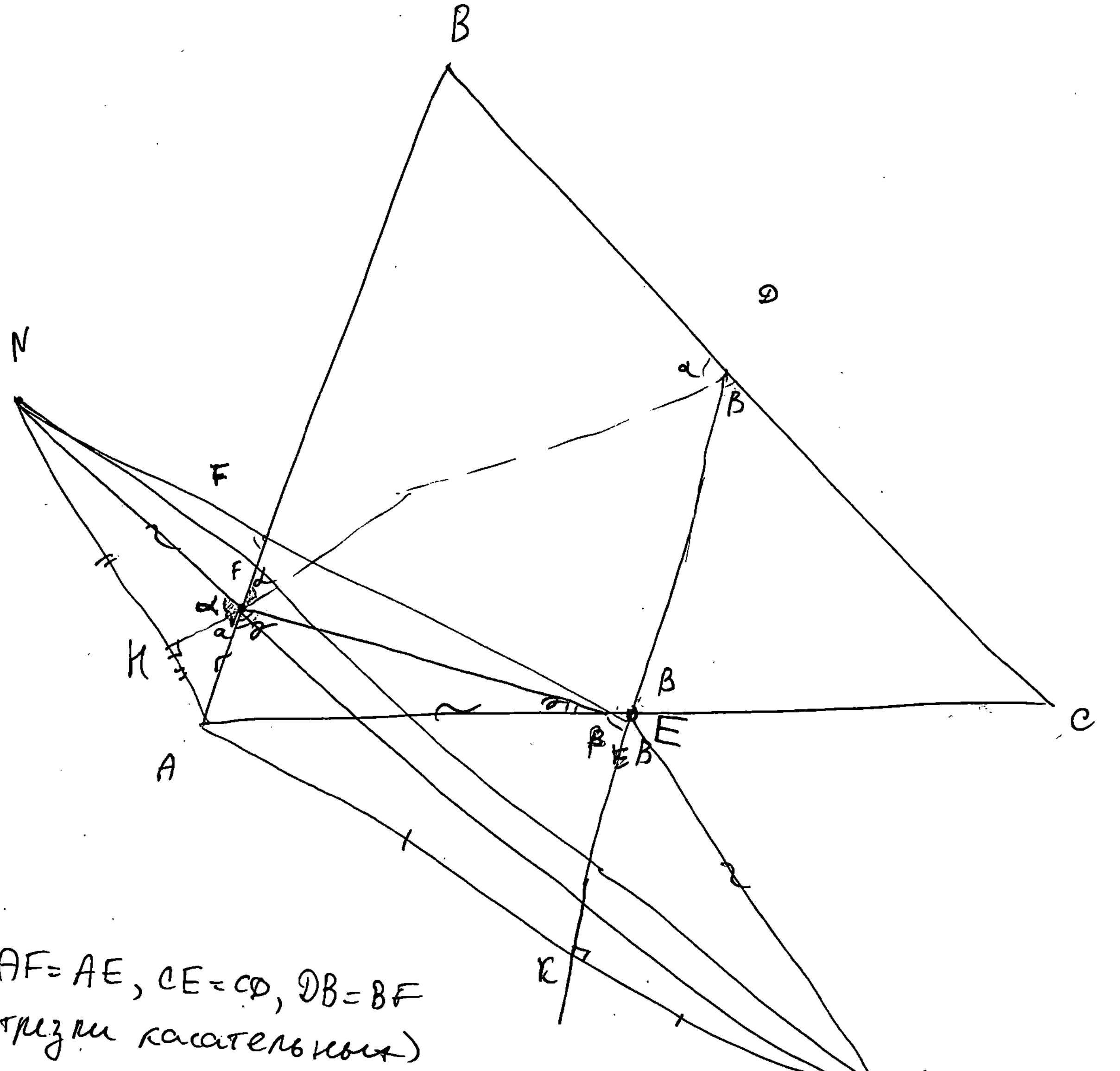
Пример на ~~8~~16 вампиров:

		В	В	В	В		
		В	В	В	В		
		В	В	В	В		
		В	В	В	В		

Ответ: 16

— пример

№3



1) $AF = AE$, $CE = CD$, $DB = BF$ (отрезки касательных)

2) A и M − симметричны $\Rightarrow AK = KM$, аналогично $AH = HN \Rightarrow AE = EM$ и $AF = FN$, но $AE = AF \Rightarrow AE = EM = AF = FN$ √

3) Пусть $\angle AEK = \beta$, $\angle AFH = \alpha$, $\angle AFE = \gamma$. Тогда т.к $AF = AE$, то $\angle AEF = \gamma$
$\angle BFD = \alpha$, $\angle DEC = \beta$ (вертик) ; $\angle BFE \overset{?}{=} \angle CDE = \alpha$, β $\angle BFD = \angle BDF = \alpha$ (т.к пункт (1)). Тогда $\angle HDK = 180^\circ - \alpha - \beta$, но т.к $\angle DHA = \angle DKA = 90^\circ$, то $HDKA$ − вписан $\Rightarrow \angle HAK = \alpha + \beta$.

4) $\angle MEF = 2\beta + \gamma$ ($\angle AEK = \angle KEM = \beta$ в силу симметрии) и $\angle NFB = 360^\circ - 2\alpha - \gamma$

Продолжение №3

5) $\angle NFB - \angle MEF = 2\beta + \gamma - 360^\circ + 2\alpha + \gamma = 360^\circ - 2(\alpha+\beta+\gamma)$ (☆)

6) $\angle MAN = \alpha + \beta = \cancel{180^\circ}\ (90^\circ - \alpha) + (90^\circ - \beta) + (180^\circ - 2\gamma) =$

$= 360^\circ - \alpha - \beta - 2\gamma \Rightarrow 360^\circ = 2(\alpha+\beta+\gamma)$, значит

(☆) $= 0 \Rightarrow \angle NFB = \angle MEF \Rightarrow ME \parallel NF$, но $ME = NF$

$\Rightarrow MENF$ – парал-м

ч.т.д

+

N1

Пусть можно, тогда обозначим суммы за $n, n+1, \ldots n+11$.

Теперь заметим, что сумма строк + сумма столбцов =

$= \sum_{i=1}^{36} i + \sum_{i=1}^{36} i = 2\sum_{i=1}^{36} i = 36 \cdot 37$, с др. стороны это

равно $n + (n+1) + \ldots + (n+11) = \frac{n + n+11}{2} \cdot 12 = 6(2n+11) =$

$= 12n + 66$. Но тогда $12n + 66 = 36 \cdot 37$, $36 \cdot 37 \vdots 4$, а

$12n + 66 \equiv_4 0 + 66 \equiv 2 \Rightarrow$ равенство в $\mathbb{N}$ числах невозможно

$\Rightarrow$ нельзя так расставить числа

+

Ответ: Нет.

N5 Пусть таких приятных пар конечно, тогда возьмем наибольшую, т.е такую, что $a \cdot b = c$, $c \to max$. Если таких несколько, то любую из них. Тогда ясно, что такие пары существуют, например $(a, b) = (1, 3) \Rightarrow 1 \cdot 3 = 3$, 3 – приятное число

Теперь рассмотрим пару $(\underline{a + 2 \cdot 10^k}, b)$ есть четная цифра. Ясно, что a не может состоять из одних 9 т.к иначе произведение не приятное, тогда если a сост из 9, то смотрим $(a, \underline{b + 2 \cdot 10^n})$. Прибавим 2 к к цифре $\neq 9$, а тогда кол-во цифр не помен, четность тоже $\Rightarrow$ получим пару больше

N5 → Продолжение

Значит из пары (a, b) можно получить следующую ⇒ таких пар бесконечно много.

Ч.Т.Д